

Gdy tomograf akustyczny spotyka się z rezystografem

Keywords: geometria analityczna, tomograf akustyczny, rezystograf, równanie linii, wielkość wektorowa

Być może się tego nie spodziewasz, ale geometria analityczna odgrywa rolę w monitorowaniu zdrowia drzew. Drzewa są istotną częścią środowiska miejskiego. Jednak ocena ich stanu może być trudna - zwłaszcza, gdy nie ma widocznych oznak uszkodzenia. Geometria analityczna zapewnia skuteczny sposób łączenia różnych metod diagnostycznych i tworzenia ujednoliconego modelu, który pomaga ocenić ryzyko upadku drzewa. Umożliwia to podejmowanie bardziej świadomych decyzji dotyczących pielęgnacji drzew i potencjalnej interwencji.

Kwestia drzew na obszarach miejskich

Drzewa są ważnym elementem, który sprawia, że życie w środowisku miejskim jest przyjemniejsze. Zapewniają cień i tlen, redukują kurz i hałas, obniżają temperaturę otoczenia i stanowią schronienie dla ptaków i innych zwierząt.

Jednak sadzenie drzew na obszarach miejskich wiąże się również z pewnym ryzykiem. Jednym z najważniejszych jest ryzyko upadku drzewa. Upadające drzewo może zranić ludzi, uszkodzić mienie lub - w najgorszym przypadku - spowodować śmierć. Dlatego tak ważne jest regularne monitorowanie stanu drzew i wykrywanie potencjalnych problemów na czas.

Diagnostyka drzewa

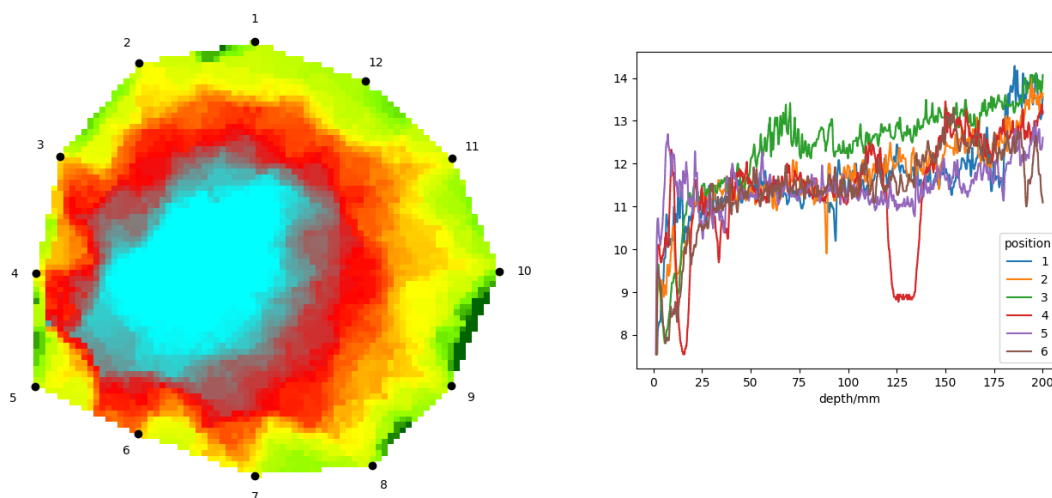
Arboryści - specjaliści od pielęgnacji drzew poza lasami - stosują różne metody oceny stanu zdrowotnego drzew. Jedną z tych metod jest tomograf akustyczny, który pozwala na nieinwazyjną ocenę drewna wewnątrz pnia bez uszkodzania drzewa. Działa to podobnie jak tomografia komputerowa drzew, ujawniając ukryte wady i próchnicę drewna. Jednak w przeciwieństwie do tomografii medycznej, tomograf akustyczny wykorzystuje fale dźwiękowe o dużej długości fali, co wiąże się z ograniczeniami wynikającymi z fizycznych zasad propagacji fal. Jedną z konsekwencji jest to, że tomograf akustyczny nie jest w stanie wiarygodnie odróżnić dziupli od pęknięcia wewnątrz drzewa. Oba defekty pojawiają się jako obszary, w których dźwięk przemieszcza się wolniej niż w otaczającym zdrowym drewnie. Pęknięcia są często przeszacowywane pod względem rozmiaru i mogą wyglądać podobnie do ubytków na wynikowym obrazie. Z tego powodu zaleca się użycie dodatkowych narzędzi diagnostycznych, aby uzyskać pełniejsze zrozumienie stanu drzewa.

Jednym z takich narzędzi jest rezystograf, który mierzy sztywność drewna i pomaga wykryć ukryte wady. Rezystograf wykorzystuje cienkie wiertło i mierzy opór drewna w celu oceny jego struktury i właściwości mechanicznych. Ponieważ wiertło jest bardzo cienkie, metoda ta jest minimalnie inwazyjna i nie powoduje żadnych uszkodzeń drzewa. Rezystograf może wykrywać pęknięcia, ubytki i inne wady wewnętrzne. Dostarczane przez niego dane mogą uzupełniać ustalenia tomografu akustycznego.

W praktyce diagnostyka drzew zwykle rozpoczyna się od pomiarów wykonanych za pomocą tomografu akustycznego, który dostarcza podstawowych informacji o stanie drewna wewnątrz pnia. Następnie zazwyczaj wykonuje się pomiary za pomocą rezystografu, który zapewnia dodatkowy wgląd i pomaga

wykryć ukryte wady. Dzięki połączeniu obu metod możliwe jest stworzenie kompleksowego obrazu stanu zdrowia drzewa i wczesne wykrycie potencjalnych problemów.

Poniższy rysunek przedstawia przykładowe dane wyjściowe z tomografu akustycznego i rezystografu. Po lewej stronie znajduje się rekonstrukcja z tomografu akustycznego, pokazująca prędkość propagacji dźwięku przez drewno. Prędkość ta jest ważna, ponieważ bezpośrednio wiąże się z właściwościami mechanicznymi drewna. Niebieskie i czerwone obszary reprezentują strefy, w których dźwięk porusza się wolniej; w zielonych obszarach dźwięk porusza się szybciej. Po prawej stronie znajduje się wynik z rezystografu, który pokazuje moc wymaganą do utrzymania stałej prędkości wiercenia – służy to jako wskaźnik wytrzymałości mechanicznej drewna. Każdy pomiar wiercenia został wykonany pomiędzy dwoma czujnikami tomografu akustycznego, co oznacza, że wykonano dwanaście wierceń pomiędzy dwunastoma czujnikami tomografu.

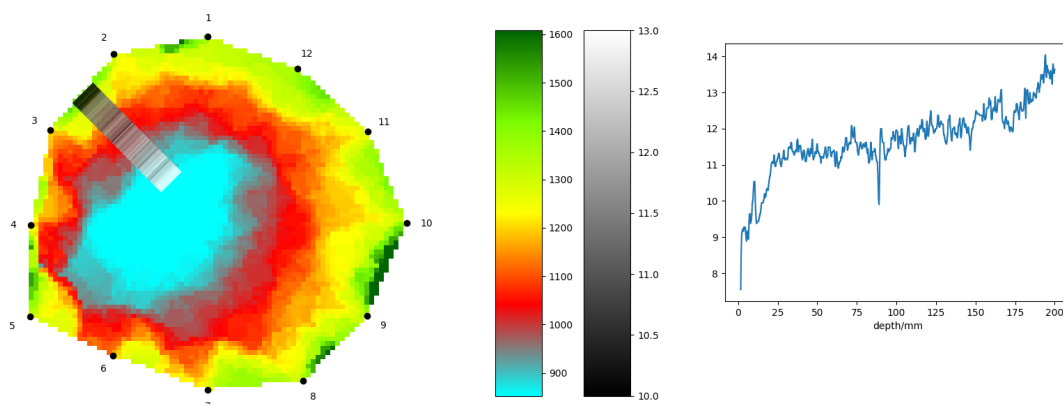


Rysunek 1: Wyjścia z tomografu akustycznego (po lewej) i rezystografu (po prawej). Rysunek przedstawia tylko sześć pierwszych krzywych z rezystografu.

Obraz pokazuje, że jedna z krzywych rezystografu ma zauważalny spadek na głębokości około 125 milimetrów. Spadek ten odpowiada wgłębieniu o wielkości około jednego centymetra. Tomograf akustyczny wskazuje jednak na większe zagłębienie. Aby ułatwić przetwarzanie danych, warto połączyć je w jeden obraz. Z tego powodu chcielibyśmy uwzględnić zarówno lokalizacje wierceń, jak i odczyty rezystografu w *tomogramie* (dane wyjściowe z tomografu akustycznego).

Łączenie danych z tomografu akustycznego i rezystografu

Proces łączenia danych z obu metod wymaga zastosowania matematyki. Załóżmy, że wiercenie zostało wykonane z punktu środkowego między dwoma sąsiednimi czujnikami i skierowane w kierunku środka pnia drzewa. Będziemy reprezentować odczyty rezystografu za pomocą intensywności w skali szarości, a ostateczny obraz będzie kompozycją tomogramu i kolumny o różnej intensywności w skali szarości.



Rysunek 2: Połączenie wyników z tomografu akustycznego i rezystografu (po lewej). Po prawej stronie znajduje się indywidualna krzywa z rezystografu. Dane zostały zebrane podczas wiercenia między drugim i trzecim czujnikiem.

Tomogram jest zwykle umieszczany w układzie współrzędnych w taki sposób, że jego środek znajduje się w punkcie początkowym, pierwszy czujnik znajduje się na dodatniej części osi y , a pozostałe czujniki są ponumerowane przeciwnie do ruchu wskazówek zegara. Aby utworzyć kolumnę danych rezystograficznych między drugim i trzecim czujnikiem, potrzebujemy funkcji matematycznej, która odwzorowuje wartość głębokości z krzywej rezystograficznej na pozycję w układzie współrzędnych tomogramu. Wykres tej funkcji będzie linią prostą rozciągającą się od punktu środkowego między dwoma czujnikami do środka drzewa. Oznaczmy tę linię jako p .

Kroki do znalezienia odpowiedniego równania dla linii p mogą być następujące:

- Najpierw określ współrzędne punktu środkowego między dwoma czujnikami. Niech tym punktem będzie A . Prosta p musi przechodzić przez punkt A .
- Następnie wyznacz wektor kierunku $\vec{u}$ prostej p . Będzie to wektor skierowany od punktu A do początku układu współrzędnych.
- Używając punktu A i wektora kierunku $\vec{u}$, możemy napisać równanie parametryczne prostej p . Takie podejście wymagałoby jednak ustanowienia związku między parametrem w równaniu a głębokością wiercenia. Jeśli zamiast tego przekształcimy wektor kierunku $\vec{u}$ w wektor jednostkowy, oznaczony $\vec{e}$, parametr w równaniu liniowym będzie bezpośrednio odpowiadał głębokości wiercenia. Dlatego najpierw znajdujemy wektor $\vec{e}$ jako wektor jednostkowy w kierunku wektora $\vec{u}$.
- Równanie parametryczne linii zdefiniowanej przez punkt A i wektor $\vec{e}$ daje odwzorowanie głębokości wiercenia na współrzędne w układzie współrzędnych tomogramu. Funkcji tej można następnie użyć do nałożenia danych z rezystografu na tomogram.

Wypróbujmy tę procedurę na konkretnym przykładzie opartym na geometrii pokazanej na rysunku 1.

Zadanie 1. Współrzędne czujników tomografu akustycznego 2 i 3 to $P_2 = [-15, 26]$ i $P_3 = [-25, 14]$. Współrzędne środka tomogramu to $O = [0, 0]$. Znaleźć parametryczną reprezentację linii p przechodzącej przez punkt A i środek tomogramu O , tak aby parametr odpowiadał głębokości wiercenia.

Rozwiązanie. Punkt środkowy A odcinka pomiędzy punktami P_2 i P_3 jest obliczany za pomocą wzoru

$$A = \frac{P_2 + P_3}{2}.$$

Podstawiając współrzędne, otrzymujemy $A = [-20, 20]$.

Wektor kierunku $\vec{u}$ prostej p jest wyznaczany przy użyciu punktów O i A leżących na prostej:

$$\vec{u} = O - A,$$

co we współrzędnych daje $\vec{u} = [0, 0] - [-20, 20] = (20, -20)$. Wielkość wektora $\vec{u} = (u_1, u_2)$ jest obliczana przy użyciu twierdzenia Pitagorasa:

$$|\vec{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2} = \sqrt{20^2 + (-20)^2} = \sqrt{800} = 20\sqrt{2}.$$

Wektor jednostkowy $\vec{e}$ w kierunku wektora $\vec{u}$ jest dany przez podzielenie wektora przez jego wielkość:

$$\vec{e} = \frac{\vec{u}}{|\vec{u}|} = \left(\frac{20}{20\sqrt{2}}, \frac{-20}{20\sqrt{2}} \right) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}} \right).$$

Ostateczne równania parametryczne linii p są zatem następujące:

$$\begin{aligned} x &= -20 + t \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}, \\ y &= 20 - t \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad t \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Zadanie 2. Zmodyfikuj procedurę z ćwiczenia 1 tak, aby wiercenie było prostopadłe do segmentu określonego przez czujniki tomografu akustycznego.

Rozwiązanie. Musimy zastąpić wektor $\vec{u}$ wektorem kierunku, który jest prostopadły do segmentu zdefiniowanego przez czujniki tomografu akustycznego. Wektory prostopadłe do danego wektora $v = (v_1, v_2)$ to $(-v_2, v_1)$ i $(v_2, -v_1)$. Wektor z punktu P_2 do punktu P_3 ma współrzędne

$$\vec{v} = P_3 - P_2 = (-25, 14) - (-15, 26) = (-10, -12).$$

W naszym przypadku dwa prostopadłe wektory kierunku to

$$\vec{n}_1 = (12, -10), \quad \vec{n}_2 = (-12, 10).$$

Z rysunku 2 jasno wynika, że wektor kierunku powinien być skierowany w prawo i w dół, więc używamy wektora $\vec{n}_1$. Wielkość wektora $\vec{n}_1$ wynosi

$$|\vec{n}_1| = \sqrt{12^2 + (-10)^2} = \sqrt{244} = 2\sqrt{61}$$

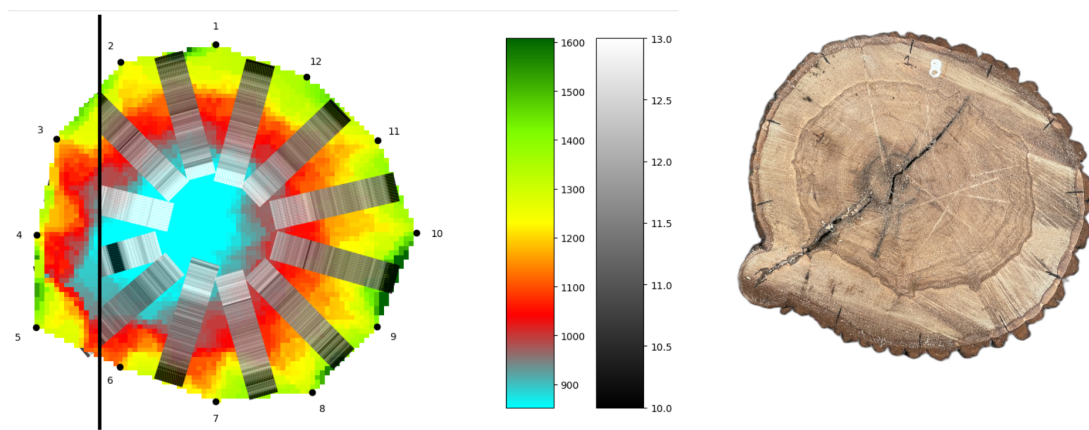
a wektor jednostkowy w kierunku $\vec{n}_1$ uzyskuje się dzieląc wektor przez jego wielkość:

$$\vec{e} = \frac{\vec{n}_1}{|\vec{n}_1|} = \left(\frac{12}{2\sqrt{61}}, \frac{-10}{2\sqrt{61}} \right) = \left(\frac{6}{\sqrt{61}}, \frac{-5}{\sqrt{61}} \right).$$

Równania parametryczne linii p są zatem następujące:

$$\begin{aligned} x &= -20 + t \cdot \frac{6}{\sqrt{61}}, \\ y &= 20 - t \cdot \frac{5}{\sqrt{61}}, \quad t \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Uwaga. Procedura opisana w poprzednich problemach może być zastosowana do dowolnej pary czujników tomografu akustycznego i może być łatwo zaimplementowana w algorytmie. Rezultatem jest połączona wizualizacja danych z rezystografu i tomografu akustycznego na jednym obrazie.



Rysunek 3: Po lewej: połączone dane z rezystografu i tomografu wyświetlone w narzędziu umożliwiającym dostosowanie nakładki obrazu w celu łatwiejszej interpretacji. Po prawej: rzeczywisty przekrój pnia po ścięciu drzewa. Zdjęcie potwierdza, że nie było ubytku, ale pęknięcie zlokalizowane dokładnie tam, gdzie wskazywało na to wiercenie między czujnikami 4 i 5. Jest to widoczne zarówno jako obniżenie krzywej, jak i ciemny obszar w odpowiedniej kolumnie skali szarości. (Zdjęcie wykonane przez V. Semík)

Źródło danych

Dane i zdjęcia w tym tekście pochodzą z rzeczywistych pomiarów przeprowadzonych na drzewach w Alei Lipowej Valdštejn w Jičynie. Jest to najstarsza aleja lipowa w Czechach, o długości ponad 1700 metrów. Ponieważ nie wszystkie drzewa są w dobrym stanie, konieczne jest ich regularne monitorowanie. W ramach procesu monitorowania wybrano niektóre drzewa do wycinki, a następnie przeprowadzono na nich pomiary. Dało to unikalną możliwość porównania wyników diagnostycznych z rzeczywistym stanem drzew. Pomiary przeprowadził arborysta Vojtěch Semík, a dane zostały przetworzone w ramach projektu ERC CZ DYNATREE(<https://starfos.tacr.cz/cs/projekty/LL1909>).

Wnioski

W tym tekście zbadaliśmy, w jaki sposób można zastosować narzędzia geometrii analitycznej do łączenia danych z tomografu akustycznego i rezystografu. Zademonstrowaliśmy, jak wykorzystać parametryczne równanie linii do konwersji danych dotyczących głębokości wiercenia z rezystografu na współrzędne w układzie współrzędnych tomografu. Metoda ta może poprawić dokładność oceny stanu zdrowotnego drzew i zapewnić pełniejszy obraz wewnętrznego stanu drewna. Łącząc dane z obu narzędzi diagnostycznych, możliwe jest bardziej niezawodne wykrywanie ukrytych wad - co jest niezbędnym krokiem do utrzymania zdrowia drzew i zapewnienia bezpieczeństwa w środowiskach miejskich.

Literatura i odniesienia

Literatura

1. <https://rinntech.info/products/resistograph/> (online, dostępny 6. czerwiec 2025)
2. <https://www.kudyznudy.cz/aktivita/valdstejnska-lipova-alej-v-jicine-nejstarsi-doch> (online, dostępny 6. czerwiec 2025)
3. <https://www.jicin.org/lipova-alej> (online, dostępny 6. czerwiec 2025)
4. <https://zpravoceskyraj.cz/stromy-vedi-co-a-proc-delaji-arborista-vojtech-semik-o-jicinske> (online, dostępny 6. czerwiec 2025)

Źródła obrazu

1. Projekt DYNATREE – Tree Dynamics: Understanding of Mechanical Response to Loading, <https://starfos.tacr.cz/cs/projekty/LL1909>.
2. Obrazy własne autora