

Widok na morze

Keywords: geometria płaska, trygonometria

Czy kiedykolwiek spacerując latem wzdłuż brzegu morza, zatrzymałeś się, spojrzawszy na horyzont i zadałeś sobie pytanie: jak daleko sięga mój wzrok? A co, jeśli na drugim brzegu znajduje się coś – czy byłbym w stanie to dostrzec?

Aby uczynić to pytanie bardziej konkretnym, przenieśmy się na chwilę do jednego z najpopularniejszych miejsc wakacyjnych w Europie: Chorwacji, na wybrzeże Morza Adriatyckiego w pobliżu góry Sveti Jure. Oto, co możemy przeczytać o tej górze¹:

Sveti Jure (Święty Jerzy) to najwyższy szczyt (1762 m n.p.m.) wapiennego pasma Biokovo, które rozciąga się na długości 36 km wzdłuż wybrzeża i oddziela Riwierę Makarską od regionu śródlądowego znanego jako Dalmatyńskie Hinterland. Wznosi się nad wybrzeżem niczym potężny kamienny mur. Dzięki swojej wyjątkowej geologii i naturalnemu pięknu część tego obszaru została w 1981 r. uznana za park przyrodniczy (Park Przyrodniczy Biokovo o powierzchni 196 km²).

Charakterystyczną cechą szczytu Sveti Jure jest nadajnik telewizyjny, który można dostrzec z większości okolicznych terenów górskich. W pogodny dzień, przy dobrej widoczności, widok ze szczytu – zarówno w kierunku morza, jak i lądu – jest niezapomniany. Niestety, na szczycie nie ma możliwości zakupu posiłków ani napojów.

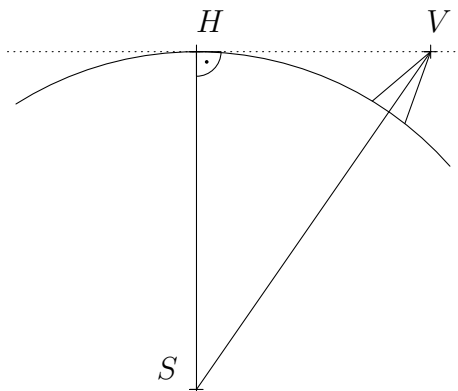


Rysunek 1: Szczyt Sveti Jure.

¹www.chorvatsko.cz

Ćwiczenie 1. Jeśli staniemy na szczycie Sveti Jure i spojrzymy w stronę morza, jak daleko znajduje się punkt na horyzoncie, w którym morze styka się z niebem?

Rozwiązanie. Dla uproszczenia założymy, że Ziemia jest kulą o promieniu 6371 km. Niech S będzie środkiem Ziemi, V naszą lokalizacją (szczytem góry Sveti Jure), a H dowolnym punktem na powierzchni morza leżącym na horyzoncie. Przekrój Ziemi przez płaszczyznę SVH jest okręgiem o promieniu Ziemi, a linia VH jest styczną do tego okręgu. Oznacza to, że kąt VHS jest kątem prostym (patrz rysunek poniżej).



Rysunek 2: Solution to Exercise 1

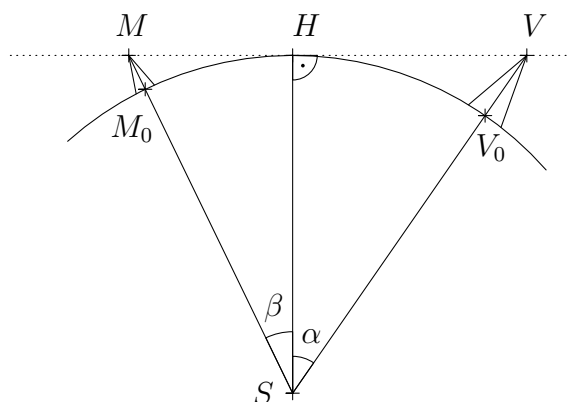
Wiemy, że $|SH| = 6371$ km oraz $|SV| = 6372.762$ km (ponieważ dodajemy wysokość góry do promienia Ziemi). Wykorzystując twierdzenie Pitagorasa w trójkącie prostokątnym VHS , obliczamy długość odcinka VH :

$$|VH| = \sqrt{|SV|^2 - |SH|^2} \doteq 150 \text{ km}.$$

Ta długość to odległość do horyzontu, której szukaliśmy.

Ćwiczenie 2. Czy ze szczytu Sveti Jure można zobaczyć szczyt Monte Calvo (1056 m n.p.m.) na włoskim półwyspie Gargano? Monte Calvo znajduje się w odległości około 210 km od Sveti Jure i między tymi dwoma miejscami nie ma żadnych przeszkód lądowych. Jediną rzeczą, która mogłaby zasłaniać widok, jest krzywizna Ziemi.

Rozwiązanie. Rozwiążemy to zadanie, wyobrażając sobie hipotetyczną górę o tej samej wysokości co Monte Calvo, której szczyt znajduje się dokładnie na horyzoncie. W takim przypadku góra byłaby po prostu ukryta za horyzontem. Oznaczmy szczyt tej hipotetycznej góry jako M , jej pionową rzutnię na poziom morza jako M_0 , a rzutnię punktu V (Sveti Jure) jako V_0 .



Rysunek 3: Solution to Exercise 2

Naszym celem jest określenie odległości między dwiema górami, tj. długości łuku M_0V_0 . Jeśli długość ta jest mniejsza niż 210 km (rzeczywista odległość), wówczas Monte Calvo będzie znajdować się powyżej horyzontu i będzie widoczne ze Sveti Jure.

Niech α będzie kątem VSH , a β kątem MSH . Ze znanych długości przeciwprostokątnej i przyległego boku w trójkącie prostokątnym VHS otrzymujemy:

$$\cos \alpha = \frac{6371}{6372.762} \Rightarrow \alpha \doteq 1^\circ 20' 51''.$$

Podobnie, z trójkąta MHS :

$$\cos \beta = \arccos \frac{6371}{6372.056} \Rightarrow \beta \doteq 1^\circ 3' 35''.$$

Długość łuku M_0V_0 , odpowiadająca kątowi $\alpha + \beta$, może być następnie obliczona przy użyciu proporcji bezpośredniej i znanego obwodu koła:

$$\frac{\alpha + \beta}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 6371 \doteq 268 \text{ km}.$$

Ponieważ prawdziwa góra Monte Calvo znajduje się bliżej, jej szczyt wznosi się ponad horyzont i przy dobrej widoczności można ją dostrzec ze szczytu Sveti Jure.

Literatura i źródła

Literatura

- Chorvatsko.cz. *Sveti Jure* (online). Dostępne pod adresem: <https://www.chorvatsko.cz/stdal/svjure.html> (dostęp 12 grudnia 2024 r.).

Źródła danych liczbowych

- Sveti Jure, SKas – Praca własna, CC SA 4.0, dostępna pod adresem: <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/comm> (dostęp 12 grudnia 2024 r.).