

Vistas al mar

Keywords: geometría en el plano, trigonometría

¿Alguna vez, paseando por la orilla del mar, te has preguntado, mirando al horizonte, hasta dónde podrías llegar a ver realmente? ¿Y si hubiera algo al otro lado de la orilla, podría verlo?

Para ser más específicos, pasemos por un momento a uno de los destinos vacacionales más populares de Europa: Croacia, en la costa adriática, el monte Sveti Jure. Podemos leer la siguiente información sobre esta montaña¹:

Sveti Jure (San Jorge) es el pico más alto (1762 m sobre el nivel del mar) del Biokovo, una zona caliza que se extiende 36 km paralela a la costa y separa la Riviera de Makarska de la zona interior llamada Zahorje Dálmata. Se alza sobre la costa como un enorme muro de piedra. Debido a sus peculiaridades geológicas y belleza natural, parte de él fue declarado área paisajística protegida en 1981 (Parque Natural del Biokovo con una superficie de 196 kilómetros cuadrados).

El pico de Sveti Jure se caracteriza por la construcción de una emisora de televisión, visible durante gran parte del recorrido a través del paisaje montañoso. La vista desde la cima del mar hacia el interior es inolvidable con buen tiempo y buena visibilidad. Lamentablemente, no hay posibilidad de refrigerios.



Figura 1: Pico Sveti Jure.

¹www.chorvatsko.cz

Tarea 1. Si nos situamos en la cima de Sveti Jure y miramos el mar, ¿a qué distancia de nosotros se encuentra un punto en el horizonte a nivel del mar?

Solución. Para simplificar, suponemos que la Tierra es una esfera con un radio de 6371 km. Sea S el centro de la Tierra, el punto V nuestra posición (la cima del Monte Sveti Jure) y H cualquier punto de la superficie del mar en el horizonte. La intersección de la esfera con el plano SVH es una circunferencia con el radio de la Tierra, cuya tangente es la recta VH . Por lo tanto, el ángulo VHS es recto (véase la figura).

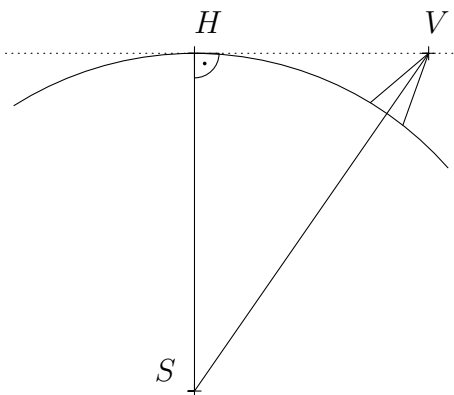


Figura 2: Solución de la Tarea 1

Sabemos que $|SH| = 6371$ km y $|SV| = 6372,762$ km (sumamos la altura de la montaña al radio de la Tierra). Usando el teorema de Pitágoras para un triángulo rectángulo VHS calculamos la longitud del lado VH :

$$|VH| = \sqrt{|SV|^2 - |SH|^2} \doteq 150 \text{ km.}$$

Esta longitud también es la distancia buscada al horizonte.

Tarea 2. ¿Es posible ver desde la cima del Sveti Jura, al otro lado del mar, la cima del Monte Calvo (1056 m s. n. m.) en la península italiana de Gargano? Monte Calvo está a aproximadamente 210 km de Sveti Jure y no hay ningún obstáculo terrestre entre ambos lugares. Solo el horizonte impide una vista perfecta.

Solución. Resolveremos el problema considerando una montaña hipotética de la misma altura que Monte Calvo, cuyo pico esté en el horizonte. Por lo tanto, la vista de esta montaña queda oculta por el horizonte. Señalemos el pico de esta montaña con M y señalemos además con M_0 la proyección perpendicular del punto M al nivel del mar y con V_0 la proyección perpendicular del punto V .

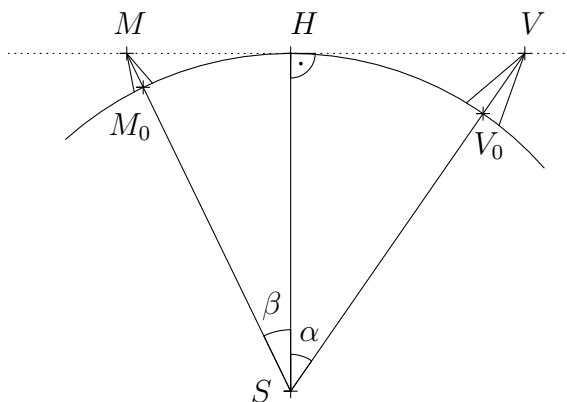


Figura 3: Solución de la Tarea 2

Nuestro objetivo será determinar la distancia entre las dos montañas, es decir, la longitud del arco M_0V_0 . Si es menor de 210 km (la distancia real aproximada entre las montañas), Monte Calvo no será visible desde la cima de Sveti Jure.

Sea α el tamaño del ángulo VSH y β el tamaño del ángulo MSH ; a partir de la longitud conocida de la hipotenusa y el lado del triángulo rectángulo VHS obtenemos

$$\cos \alpha = \frac{6371}{6372,762} \Rightarrow \alpha \doteq 1^\circ 20' 51''.$$

De manera similar, a partir de la longitud conocida de la hipotenusa y el lado en el triángulo rectángulo MHS obtenemos

$$\cos \beta = \arccos \frac{6371}{6372,056} \Rightarrow \beta \doteq 1^\circ 3' 35''.$$

La longitud del arco M_0V_0 , que corresponde a un ángulo de tamaño $\alpha + \beta$, se determina entonces a partir de la proporcionalidad directa y la longitud conocida de todo el círculo:

$$\frac{\alpha + \beta}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 6371 \doteq 268 \text{ km}.$$

La montaña de similar altura Monte Calvo está más cerca, su cima está por lo tanto sobre el horizonte y podemos verla (con buena visibilidad) desde la cima de Sveti Jure.

Referencias y bibliografía

bibliografía

- Chorvatsko.cz. *Sveti Jure* (online). Dostupné z <https://www.chorvatsko.cz/stdal/svjure.html> (cit. 12. 12. 2024).

Fuente de las imágenes

- Sveti Jure, SKas – Vlastní dílo, CC SA 4.0, dostupné z <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/7/70/The> (cit. 12. 12. 2024).