

Który los na loterię jest bardziej opłacalny?

Keywords: ciągi i szeregi, prawdopodobieństwo, wartość oczekiwana, ciąg geometryczny

W życiu bardzo często spotykamy się z sytuacjami, które wiążą się z przypadkiem i prawdopodobieństwem. Wyobraźmy sobie, że stajemy przed wyborem pomiędzy kilkoma opcjami - na przykład wybierając los na loterię lub inwestując w projekt. Każdy wybór wiąże się z ryzykiem i potencjalnymi korzyściami, ale jak możemy określić, który z nich jest najkorzystniejszy? W tym miejscu do gry wkracza tak zwana *wartość oczekiwana*.

Wartość oczekiwana informuje nas o średnim wyniku, jakiego możemy się spodziewać, wybierając konkretną opcję. Pomaga nam lepiej oszacować, która opcja prawdopodobnie opłaci się w dłuższej perspektywie. Nie jest to dokładna prognoza, ale narzędzie, które pozwala nam lepiej zrozumieć ryzyko i zysk, zarówno w prostych grach, jak i w rzeczywistych decyzjach.

Rozważmy na przykład dwa losy na loterię:

- Los A: Kosztuje 10 zł i ma prawdopodobieństwo 0.1 wygrania 100 zł; w przeciwnym razie nie wygrywa nic.
- Los B: Kosztuje 10 zł i ma 0.2 prawdopodobieństwa wygrania 60 zł; w przeciwnym razie nie wygrywa nic.

W przypadku losu A oczekujemy, że jeśli kupimy 10 losów, jeden z nich wygra 100 zł, podczas gdy pozostałe dziewięć nie wygra nic. W związku z tym możemy oczekiwać, że każdy los na loterię przyniesie średni zwrot w wysokości 10 zł.

Podobnie, w przypadku losu na loterię B, spodziewamy się, że jeśli kupimy 10 losów, dwa z nich wygrają 60 zł, a osiem nie wygra nic. Możemy zatem oczekiwać, że każdy los na loterię przyniesie średni zwrot w wysokości 12 zł.

To pokazuje, że los B jest lepszą opcją.

Wartość oczekiwana

Średnia wygrana, którą właśnie obliczyliśmy, nazywana jest *wartością oczekiwaną*.

Ogólnie można powiedzieć, że dla zmiennej losowej X , która przyjmuje skończenie wiele wartości $x_1, \dots, x_k$ z prawdopodobieństwami $p_1, \dots, p_k$, obliczamy jego wartość oczekiwaną za pomocą tego wzoru:

$$EV = \sum_{i=1}^k x_i p_i.$$

Który los na loterię jest najlepszy?

Przyjrzyjmy się trzem kuponom loteryjnym. Kupon Black Pearl o wartości 50 zł, kupon Black Pearl o wartości 100 zł oraz kupon loterii Rental King o wartości 50 zł.

Struktura nagród dla kuponów loterii Black Pearl o wartości 50 zł, których jest łącznie 13 000 000, przedstawia się następująco.

Kwota nagrody (w zł)	Liczba zwycięskich kuponów
50	1 820 000
100	1 040 000
150	260 000
200	130 000
300	130 000
500	104 000
1 000	5 550
2 000	2 300
4 000	480
10 000	185
20 000	84
100 000	14
1 500 000	6
Total	3 492 619

Struktura nagród dla kuponu loterii 100 zł Black Pearl wygląda podobnie, z łączną kwotą 15{,}000{,}000\$ wyemitowanych kuponów.

Kwota nagrody (w zł)	Liczba zwycięskich kuponów
100	2 400 000
200	900 000
300	450 000
500	150 000
600	150 000
900	75 000
1 000	75 000
1 500	20 000
6 000	4 000
20 000	185
50 000	84
100 000	30
200 000	13
5 000 000	6
Total	4 224 318

Na koniec przyjrzyjmy się losowi na loterię Rental King, z łączną liczbą wyemitowanych losów w wysokości 8 000 000. Nagrody zostały przedstawione w poniższej tabeli.