

Který los je výhodný?

Keywords: posloupnosti a řady, pravděpodobnost, očekávaná hodnota, geometrická posloupnost

Velmi často se v životě ocitáme v situacích, kde hrají roli náhoda a pravděpodobnost. Představte si, že stojíte před volbou mezi několika možnostmi, třeba při výběru losu nebo investici do projektu. Každá volba má svá rizika a potenciální odměny, otázkou ale je jak zjistit, která z nich je nejvýhodnější? Právě zde vstupuje do hry tzv. *očekávaná hodnota*.

Očekávaná hodnota nám říká, jaký výsledek můžeme v průměru očekávat, když se rozhodneme pro danou možnost. Pomáhá nám lépe odhadnout, co se v dlouhodobém horizontu vyplatí. Nejde o přesnou předpověď, ale o nástroj, který nám umožňuje lépe porozumět riziku a odměnám, a to jak v jednoduchých hrách, tak v reálných životních rozhodnutích.

Uvažme například dva losy:

- Los A: Stojí 10 Kč a s pravděpodobností 0,1 vyhráme 100 Kč, jinak nevyhráme nic.
- Los B: Stojí 10 Kč a s pravděpodobností 0,2 vyhráme 60 Kč, jinak nevyhráme nic.

U losu A očekáváme, že když koupíme 10 losů, tak jeden z nich vyhraje 100 Kč a devět nic. Můžeme tedy očekávat, že každý los nám v průměru přinese 10 Kč.

Podobně, u losu B očekáváme, že když koupíme 10 losů, tak dva z nich vyhrají 60 Kč a osm nic. Můžeme tedy očekávat, že každý los nám v průměru přinese 12 Kč.

Vidíme tedy, že los B je výhodnější.

Očekávaná hodnota

Právě vypočtená průměrná výhra se označuje jako *očekávaná hodnota* (nebo také *střední hodnota*).

Obecně můžeme říci, že pro náhodnou veličinu X , která nabývá konečně mnoha hodnot $x_1, \dots, x_k$ s pravděpodobnostmi $p_1, \dots, p_k$ vypočteme její očekávanou hodnotu

$$EV = \sum_{i=1}^k x_i p_i.$$

Který los je nejlepší?

Podívejme se na tři losy. Černou perlu v hodnotě 50 Kč, Černou perlu v hodnotě 100 Kč a los Rentiér v hodnotě 50 Kč.

Struktura výher pro los Černá perla v hodnotě 50 Kč, kterých je celkem vydáno 13 000 000 kusů, vypadá následovně.

Výše výhry na losu (v Kč)	Počet výherních losů
50	1 820 000

Výše výhry na losu (v Kč)	Počet výherních losů
100	1 040 000
150	260 000
200	130 000
300	130 000
500	104 000
1 000	5 550
2 000	2 300
4 000	480
10 000	185
20 000	84
100 000	14
1 500 000	6
Celkem	3 492 619

Podobně vypadá i struktura výher pro los Černá perla v hodnotě 100 Kč, kterých je vydáno celkem 15 000 000 kusů.

Výše výhry na losu (v Kč)	Počet výherních losů
100	2 400 000
200	900 000
300	450 000
500	150 000
600	150 000
900	75 000
1 000	75 000
1 500	20 000
6 000	4 000
20 000	185
50 000	84
100 000	30
200 000	13
5 000 000	6
Celkem	4 224 318

Do třetice se podíváme na los Rentiér, kterých je vydáno 8 000 000 kusů a výhry jsou dány tabulkou níže.

Výše výhry na losu (v Kč)	Počet výherních losů
50	960 000
100	720 000
150	160 000
250	160 000
500	70 000
1 000	1 300
2 000	500
5 000	160
10 000	80

Výše výhry na losu (v Kč)	Počet výherních losů
100 000	6
3 500 000	3
Celkem	2 072 049

Přičemž hlavní výhra 3 500 000 Kč není vyplacena najednou, ale skládá se z okamžité výhry 500 000 Kč a renty 50 000 Kč po dobu 5 let.

Úloha 1. U kterého z uvedených losů je největší šance, že vyhraje?

Úloha 2. Jaká je očekávaná hodnota každého losu?

Úloha 3. V předchozích příkladech jsme uvažovali hlavní výhru losu Rentiér v hodnotě 3 500 000 Kč. Je to ale opravdu skutečná hodnota výhry, vzhledem k tomu, že není vyplacena najednou?

Úloha 4. Na základě výsledků předchozích úloh vyberte los, který je nejlepší.

Literatura

- Novák, J., *Střední hodnota v úlohách na střední škole*. Učitel matematiky, 2, JČMF, 2024.
- Herní plán loterií SAZKA* [online] Dostupné z <https://static.sazka.cz/kentico-media/sazka/media/content/herni-plany/hp-sazka-od-17-7-24-komplet-sazka.pdf>, [cit. 1. 9. 2024]