

Objętość wieży chłodniczej elektrowni jądrowej

Keywords: rachunek różniczkowy i całkowy, hiperbola, geometria analityczna, objętość, rachunek całkowy

Wieże chłodnicze elektrowni to monumentalne konstrukcje wykonane z betonu, wznoszące się ku niebu i emitujące białe chmury pary wodnej. Te żelbetowe skorupy, zbudowane na cienkich, dziesięciometrowych nogach, stanowią integralną część technologii elektrowni. Każda wieża chłodnicza ma moc cieplną ponad 1,000 MW,. Oznacza to, że co godzinę do powietrza uwalniana jest ilość ciepła wystarczająca do ogrzania około osiemdziesięciu domów przez cały rok.

Wieża chłodnicza elektrowni jądrowej Temelín ma kształt hiperboloidy obrotowej z jednym arkuszem. Od wysokości dwudziestu metrów do szczytu na wysokości 155 m, wewnątrz wieży jest całkowicie puste. Ta żelbetowa skorupa ma grubość 90,cm\$ w dolnej części wieży, tylko trzy razy grubszą niż betonowa płyta fundamentowa domu jednorodzinnego. Grubość stopniowo maleje w górę, a w koronie powłoka jest tak szeroka jak koło samochodu (około 18 cm). Cała powłoka zbudowana jest na około stu betonowych nogach, tworzących wloty powietrza. Okrągły basen pod wieżą (podobnie jak sama wieża) ma średnicę około 130 m.

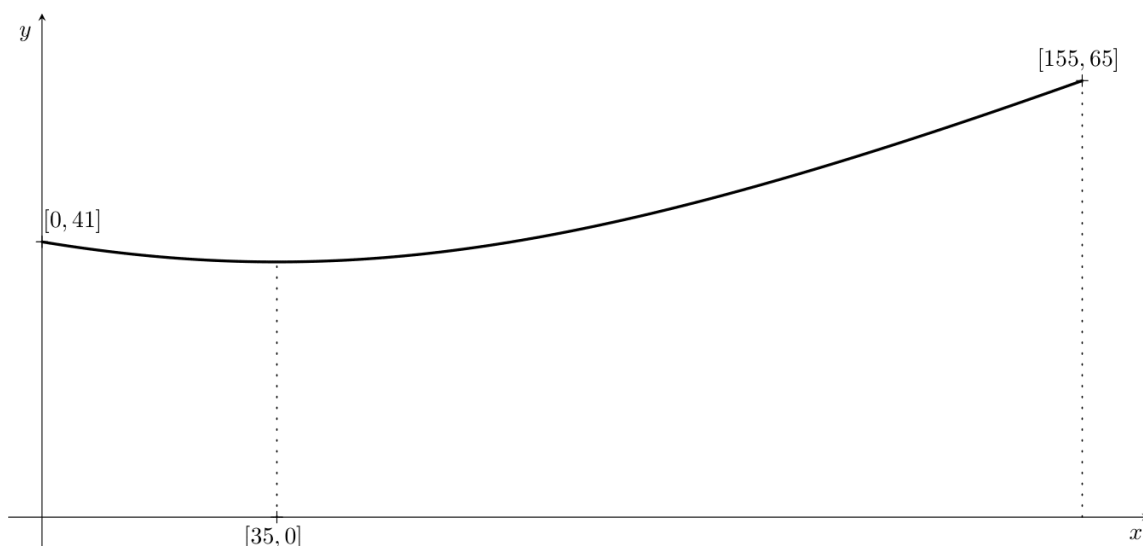


Rysunek 1: Typowa wieża chłodnicza

Zadanie

Naszym zadaniem jest określenie objętości chłodni kominowej elektrowni jądrowej Temelín. Zadanie to wykonamy krok po kroku. Najpierw znajdziemy funkcję modelującą wieżę, a następnie określimy jej objętość za pomocą całki oznaczonej.

Aby uprościć obliczenia, nieco idealizujemy rzeczywistą wieżę chłodniczą (zaokrąglamy niektóre wymiary). Załóżmy, że wieża ma kształt części hiperboloidy z jednego arkusza o wysokości 155 m, promieniu podstawy 65 m i promieniu korony 41 m. Jego najwyższy punkt znajduje się 35 m poniżej korony chłodni kominowej. Aby pracować ze współrzędnymi, jak jesteśmy przyzwyczajeni, umieścimy oś hiperboloidy obrotowej tak, aby pokrywała się z osią współrzędnych x . Co więcej, umieścimy ją tak, aby przekrój wieży chłodniczej wzdłuż jej osi tworzył część hiperboli, z podstawą wieży znajdującą się w punkcie $[155, 65]$ i wierzchołkiem (koroną) w punkcie $[0, 41]$. Ponieważ najwyższa część wieży znajduje się 35 m poniżej korony chłodniczej, środek hiperboli ma współrzędne $[35, 0]$. Wieżę chłodniczą można utworzyć, obracając część tej hiperboli wokół osi x .



Rysunek 2: Przekrój poziomej wieży chłodniczej. Korona wieży znajduje się po lewej stronie, a podstawa po prawej.

Zadanie 1. Napisz w standardowej formie równanie hiperboli o środku $[35, 0]$ i ogniskach leżących na osi równoległej do osi x .

Rozwiązanie. Standardowa postać równania hiperboli to

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{(x - 35)^2}{b^2} = 1.$$

Zadanie 2. Wyznacz standardową postać równania hiperboli, której częścią jest przekrój wieży, biorąc pod uwagę, że leżą na niej punkty $[155, 65]$ i $[0, 41]$. Zastąp wartości zaokrąglone do najbliższej liczby całkowitej dla a^2 , b^2 w równaniu.

Rozwiązanie. Po podstawieniu punktów $[155, 65]$, $[0, 41]$ leżących na hiperboli otrzymujemy układ rów-

Results matter!

nań

$$\frac{65^2}{a^2} - \frac{(155 - 35)^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{41^2}{a^2} - \frac{35^2}{b^2} = 1$$

Wyrażenie $\frac{1}{a^2}$ z pierwszego równania

$$\frac{1}{a^2} = \frac{1}{65^2} \left(1 + \frac{120^2}{b^2} \right)$$

i podstawiając ją do drugiego równania, otrzymujemy

$$\frac{41^2}{65^2} \left(1 + \frac{120^2}{b^2} \right) - \frac{35^2}{b^2} = 1.$$

Teraz rozwiązujemy dla b^2 :

$$b^2 = \frac{41^2 \cdot 120^2 - 35^2 \cdot 65^2}{65^2 - 41^2} \doteq 7,481.$$

Po podstawieniu z powrotem otrzymujemy

$$a^2 = \frac{41^2 \cdot 120^2 - 35^2 \cdot 65^2}{120^2 - 35^2} \doteq 1,444.$$

Hiperbola modelująca przekrój wieży chłodniczej ma standardową postać równania

$$\frac{y^2}{1,444} - \frac{(x - 35)^2}{7,481} = 1.$$

Zadanie 3. Na podstawie standardowej postaci równania hiperboli wyraż funkcję opisującą gałąź hiperboli leżącą nad osią x .

Rozwiązanie. Ze standardowej postaci równania hiperboli

$$\frac{y^2}{1,444} - \frac{(x - 35)^2}{7,481} = 1$$

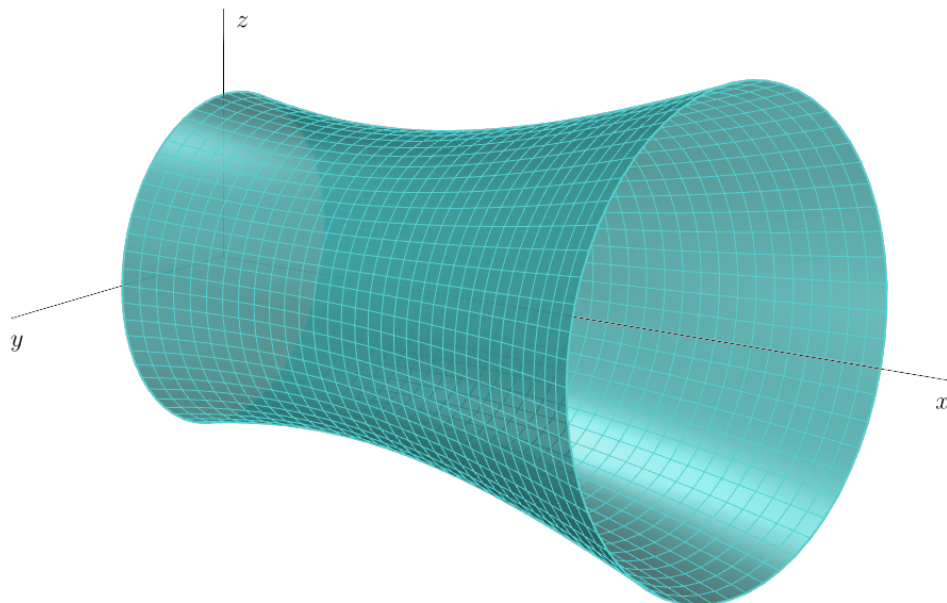
. wyrażamy y

$$y(x) = \pm \sqrt{1,444 + \frac{1,444}{7,481}(x - 35)^2}.$$

Gałąź hiperboli leżąca powyżej osi x jest opisana funkcją

$$y(x) = \sqrt{1,444 + \frac{1,444}{7,481}(x - 35)^2}.$$

Zadanie 4. Obliczyć objętość bryły obrotowej powstałej przez obrót części gałęzi hiperboli modelującej chłodnię kominową w przedziale $x \in \langle 0, 155 \rangle$ wokół osi x .



Rysunek 3: Model 3D wieży chłodniczej

Rozwiązanie. Aby obliczyć objętość, używamy całki oznaczonej wyrażającej objętość bryły obrotowej

$$V = \pi \int_0^{155} \left(1,444 + \frac{1,444}{7,481} (x - 35)^2 \right) dx = \pi \left[1,444x + \frac{1,444}{7,481} \cdot \frac{1}{3} (x - 35)^3 \right]_0^{155} \doteq 1,052,436 \text{ m}^3$$

Objętość modelu chłodni kominowej elektrowni jądrowej Temelín wynosi $1,052,436 \text{ m}^3$.

Uwaga. Jeśli porównamy uzyskaną objętość $1,052,436 \text{ m}^3$ modelu wieży chłodniczej z objętością $1,069,700 \text{ m}^3$ rzeczywistej wieży chłodniczej w Temelín, zobaczymy, że nasz wynik jest całkiem realistyczny.

Literatura

- Wikipedia. *Temelín – technologie a zabezpečení* [online]. Dostępne na <https://www.cez.cz/cs/o-cez/vyrobnizdroje/jaderna-energetika/jaderna-energetika-v-ceske-republice/ete/technologie-a-zabezpeceni-1> [cit. 28.,11.,2023].
- ČEZ. *Chladící věž – jak to funguje* [online]. Dostępne na <https://www.svetenergie.cz/cz/energetika-zblizka/jaderne-elektrarny-pro-deti/co-vsechno-v-jaderne-elektrarne-najdeme/chladici-vez/jak-to-funguje> [cit. 28.,11.,2023].
- Hochtief. *Chladící věž – obrázek* [online]. Dostępne na <https://www.hochtief.cz/nase-projekty/referencni-projekty/prumyslove/temelin-sekundarni-ochrana-vnejsiho-plaste-chladicich-vezi-na-jaderne-elektrarne-temelin> [cit. 28.,11.,2023].