

Objem chladicí věže jaderné elektrárny

Keywords: diferenciální a integrální počet, hyperbola, analytická geometrie, objem, integrální počet

Chladicí věže elektrárny jsou monumentální stavby z betonu, tyčící se k nebi a vypouštějící bílá oblaka vodní páry. Tyto železobetonové skořápky postavené na tenkých desetimetrových nožičkách jsou nedílnou součástí technologie elektrárny. Každá chladicí věž má tepelný výkon přes 1 000 MW, což znamená, že každou hodinu se do ovzduší uvolní tolik tepla, kolik by stačilo k vytápění zhruba osmdesáti domácností po dobu 1 roku.

Chladicí věž jaderné elektrárny Temelín je tvaru jednodílného rotačního hyperboloidu. Od výšky dvaceti metrů až po vrchol ve výšce 155 m je uvnitř věže jen prázdný prostor. Tloušťka této železobetonové skořepiny je v dolní části věže 90 cm, což je jen dvojnásobek tloušťky obvodové nosné zdi v cihlovém rodinném domě. Směrem nahoru se postupně zmenšuje a u koruny je plášť široký jako kolo osobního auta (asi 18 cm). Celý plášť je postaven na asi stovce betonových noh, tvořících vstupní otvory pro nasávání vzduchu. Kruhový bazén pod věží má (stejně jako věž ve spodní části) průměr přibližně 130 m.



Obrázek 1: Typická chladicí věž

Zadání

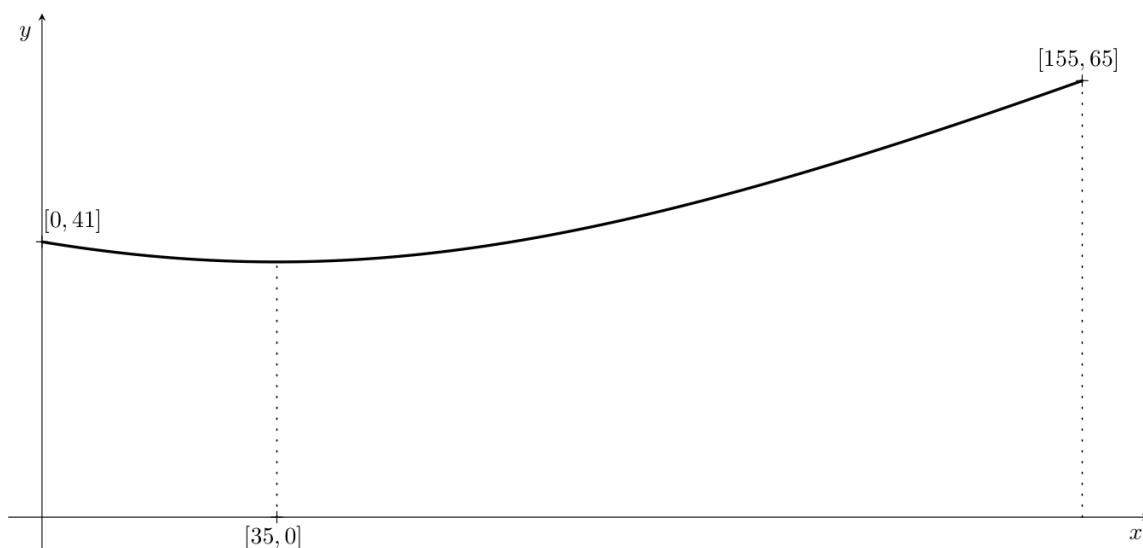
Naším úkolem bude určit objem chladicí věže jaderné elektrárny Temelín. Na tento úkol půjdeme postupně. V první řadě najdeme funkci pomocí které budeme věž modelovat a následně určíme pomocí

určitého integrálu její objem.

Pro zjednodušení výpočtů si skutečnou chladicí věž mírně zidealizujeme (zaokrouhlíme některé rozměry). Budeme

o ní předpokládat, že má tvar části hyperboloidu s výškou 155 m, poloměrem základny 65 m a poloměrem koruny 41 m. Jeho nejužší místo je 35 m pod korunou chladicí věže.

Abychom mohli pracovat v souřadnicích, jak jsme zvyklí, umístíme osu rotačního hyperboloidu tak, aby splývala se souřadnou osou x . Navíc si jej umístíme tak, že řezem chladicí věže vedeným jeho osou je část hyperboly, na které leží pata věže se souřadnicemi $[155, 65]$ a vrchol koruny $[0, 41]$. Jelikož nejužší místo věže je 35 m pod korunou chladicí věže, má střed hyperboly souřadnice $[35, 0]$. Chladicí věž vznikne rotací části této hyperboly kolem osy x .



Obrázek 2: Řez ležící chladicí věže. Koruna věže je umístěna vlevo, základna vpravo

Úloha 1. Napište obecnou rovnici hyperboly se středem $[35, 0]$ a s ohnisky ležícími na ose rovnoběžné s osou x .

Řešení. Obecná rovnice hyperboly má tvar

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{(x - 35)^2}{b^2} = 1.$$

Úloha 2. Určete obecnou rovnici hyperboly, jejíž částí je řez chladicí věže, jestliže na ní leží body $[155, 65]$ a $[0, 41]$. Do vztahu dosadte za a^2 , b^2 hodnoty zaokrouhlené na jednotky.

Řešení. Po dosazení bodů $[155, 65]$, $[0, 41]$ ležících na hyperbole dostáváme soustavu rovnic

$$\begin{aligned} \frac{65^2}{a^2} - \frac{(155 - 35)^2}{b^2} &= 1 \\ \frac{41^2}{a^2} - \frac{35^2}{b^2} &= 1 \end{aligned}$$

Results matter!

Vyjádřením $\frac{1}{a^2}$ z první rovnice

$$\frac{1}{a^2} = \frac{1}{65^2} \left(1 + \frac{120^2}{b^2} \right)$$

a dosazením do druhé rovnice získáme

$$\frac{41^2}{65^2} \left(1 + \frac{120^2}{b^2} \right) - \frac{35^2}{b^2} = 1.$$

Nyní vypočítáme b^2 :

$$b^2 = \frac{41^2 \cdot 120^2 - 35^2 \cdot 65^2}{65^2 - 41^2} \doteq 7481.$$

Po zpětném dosazení získáme

$$a^2 = \frac{41^2 \cdot 120^2 - 35^2 \cdot 65^2}{120^2 - 35^2} \doteq 1444.$$

Hyperbola modelující řez chladicí věží má obecnou rovnici

$$\frac{y^2}{1444} - \frac{(x - 35)^2}{7481} = 1.$$

Úloha 3. Vyjádřete z obecné rovnice hyperboly funkci, která popisuje rameno hyperboly ležící nad osou x .

Řešení. Z obecné rovnice hyperboly

$$\frac{y^2}{1444} - \frac{(x - 35)^2}{7481} = 1$$

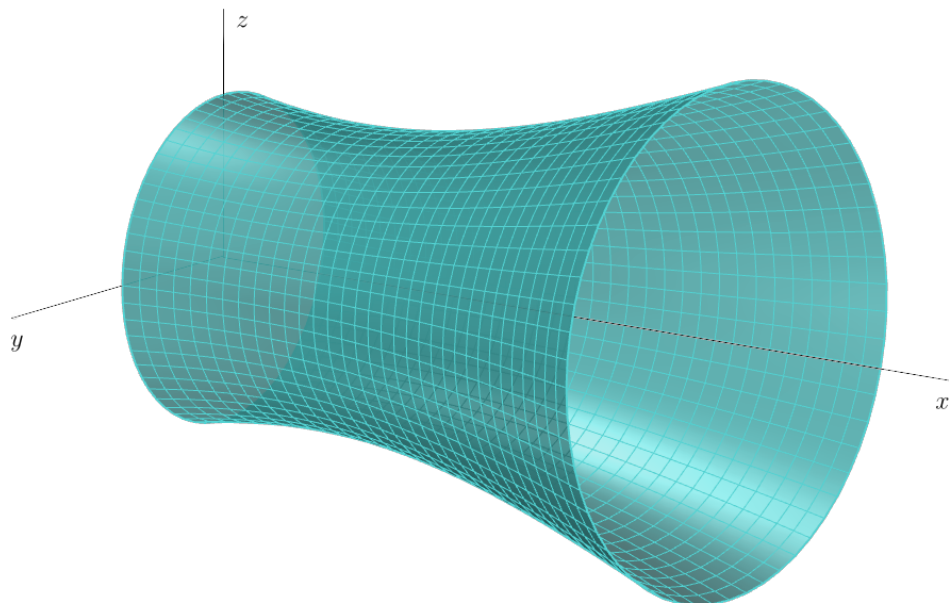
vyjádříme y

$$y(x) = \pm \sqrt{1444 + \frac{1444}{7481}(x - 35)^2}.$$

Rameno hyperboly ležící nad osou x popisuje funkce

$$y(x) = \sqrt{1444 + \frac{1444}{7481}(x - 35)^2}.$$

Úloha 4. Vypočítejte objem rotačního tělesa vzniklého rotací části ramena hyperboly modelující chladicí věž v intervalu $x \in \langle 0, 155 \rangle$ kolem osy x .



Obrázek 3: 3D model chladicí věže

Řešení. K výpočtu objemu použijeme určitý integrál vyjadřující objem rotačního tělesa

$$V = \pi \int_0^{155} \left(1444 + \frac{1444}{7481} (x - 35)^2 \right) dx = \pi \left[1444x + \frac{1444}{7481} \cdot \frac{1}{3} (x - 35)^3 \right]_0^{155} \doteq 1\,052\,436 \text{ m}^3$$

Objem modelu chladicí věže jaderné elektrárny Temelín je $1\,052\,436 \text{ m}^3$.

Poznámka. Porovnáme-li získaný objem $1\,052\,436 \text{ m}^3$ modelu chladicí věže s objemem $1\,069\,700 \text{ m}^3$ skutečné chladicí věže v Temelíně, vidíme, že náš výsledek je velmi realistický.

Literatura

- Wikipedie. *Temelín – technologie a zabezpečení* [online]. Dostupné z <https://www.cez.cz/cs/o-cez/vyrobní-zdroje/jaderna-energetika/jaderna-energetika-v-ceske-republice/ete/technologie-a-zabezpečení-1> [cit. 28.,11.,2023].
- ČEZ. *Chladicí věž – jak to funguje* [online]. Dostupné z <https://www.svetenergie.cz/cz/energetika-zblizka/jaderne-elektrarny-pro-deti/co-vsechno-v-jaderne-elektrarne-najdeme/chladici-vez/jak-to-funguje> [cit. 28.,11.,2023].
- Hochtief. *Chladicí věž – obrázek* [online]. Dostupné z <https://www.hochtief.cz/nase-projekty/referencni-projekty/prumyslove/temelin-sekundarni-ochrana-vnejsiho-plaste-chladicich-vezi-na-jaderne-elektrarne-temelin> [cit. 28.,11.,2023].