© 2016–2025 MATH4U

Descripción de la evolución del PIB

Keywords: combinatoria, probabilidad y estadística, media aritmética, media geométrica, estadística

El Producto Interior Bruto (PIB) es una expresión monetaria del valor total de los bienes y servicios de nueva creación en un periodo dado en un territorio determinado. En macroeconomía, el PIB se utiliza como indicador para determinar el rendimiento de la economía de un país. Así, puede utilizarse, por ejemplo, para comparar los resultados de los distintos países de la Unión Europea en 2023 (véase el gráfico 1).

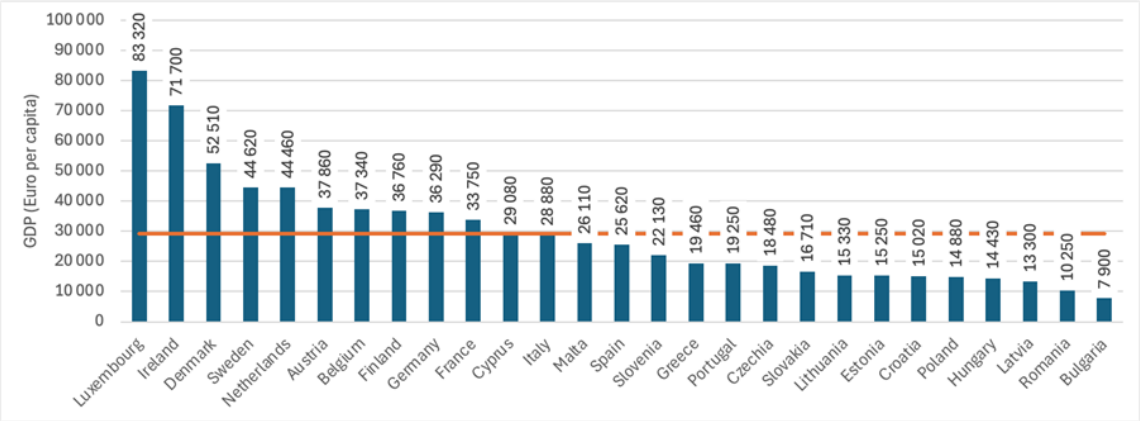

Figura 1: Comparación del PIB de los Estados miembros de la Unión Europea en 2023 (La línea naranja indica el PIB per cápita del conjunto de la Unión Europea – 29 280 Eur).

Otro uso es el seguimiento de los resultados de los países a lo largo del tiempo. Veamos ahora, por ejemplo, cómo evolucionó el PIB per cápita de la Unión Europea entre 2020 y 2023, cuando la Unión Europea contaba con 27 Estados miembros. La serie temporal que ilustra esta evolución puede verse en la Figura 2.

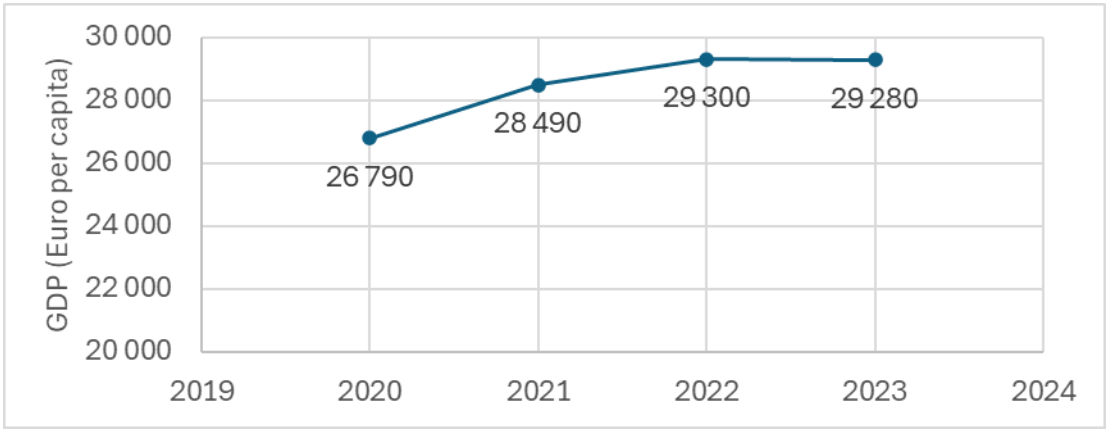

Figura 2: Crecimiento del PIB per cápita de la UE de 2020 a 2023

The portal Math4U is developed within the international projects of the Department of Applied Mathematics (VSB-Technical University of Ostrava) and other institutions in Czechia, Poland, Slovakia, and Spain.
Funded by the European Union

© 2016–2025 MATH4U

La serie temporal representada por la evolución del PIB es una **serie temporal de intervalo**, es decir, una serie temporal cuyos datos dependen de la duración del intervalo seguido (en este caso, la duración del año en cuestión).

Sean las marcas de tiempo $t_1, t_2, \ldots t_n$ correspondientes a los valores de la serie temporal $y_1, y_2, \ldots y_n$.

La característica básica que utilizamos para describir esta serie temporal es su media.

Media de series temporales de intervalos ($\bar{y}$) Se calcula como la media aritmética simple

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + \cdots + y_n}{n}. \tag{1}$$

Además de la media, a menudo nos interesan medidas básicas de la dinámica de las series temporales que nos permitan caracterizar los rasgos básicos de su "comportamiento".

Incrementos absolutos (Δy_t) son la medida más sencilla de la dinámica. Nos dice «cuánto» ha cambiado la serie temporal entre cada momento.

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1}, \quad t = 2, 3, \ldots, n. \tag{2}$$

Incremento medio absoluto ($\bar{\Delta}$) indica "cuánto" ha cambiado por término medio la serie temporal entre dos mediciones durante el período de observación.

La suma de los incrementos absolutos representa el cambio total de la serie temporal a lo largo del período de interés ("cuánto" ha cambiado la serie temporal entre los momentos t_1 a t_n):

$$\Delta y_2 + \Delta y_3 + \cdots + \Delta y_n = (y_2 - y_1) + (y_3 - y_2) + \cdots + (y_n - y_{n-1}) = y_n - y_1.$$

Por lo tanto, el incremento medio absoluto se determina como la media aritmética de los incrementos absolutos:

$$\bar{\Delta} = \frac{\Delta y_2 + \Delta y_3 + \cdots + \Delta y_n}{n-1} = \frac{y_n - y_1}{n-1}. \tag{3}$$

Nótese que para el cálculo basta con conocer el valor inicial de y_1, el valor final de y_n y el número de valores de n.

Coeficientes de crecimiento (**tasas de crecimiento**, k_t) son otra medida de la dinámica de las series temporales. Indican "cuántas veces" ha cambiado la serie temporal entre los puntos temporales

$$k_t = \frac{y_t}{y_{t-1}}, \quad t = 2, 3, \ldots, n. \tag{4}$$

Coeficiente medio de crecimiento ($\bar{k}$) nos dice "cuántas veces" ha cambiado **de media** la serie temporal entre dos mediciones durante el periodo de interés.

En este caso, el coeficiente de crecimiento global ("cuántas veces" cambió la serie temporal entre los tiempos t_1 a t_n) no es la suma sino el producto de los coeficientes de crecimiento parciales

$$k_2 \cdot k_3 \cdot \ldots \cdot k_n = \frac{y_2}{y_1} \cdot \frac{y_3}{y_2} \cdot \ldots \cdot \frac{y_n}{y_{n-1}} = \frac{y_n}{y_1}.$$

El coeficiente de crecimiento medio se determina entonces como la media geométrica de los coeficientes de crecimiento parciales

$$\bar{k} = \sqrt[n-1]{k_2 \cdot k_3 \cdot \ldots \cdot k_n} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}. \tag{5}$$

The portal Math4U is developed within the international projects of the Department of Applied Mathematics (VSB-Technical University of Ostrava) and other institutions in Czechia, Poland, Slovakia, and Spain.
Funded by the European Union

© 2016–2025 MATH4U

De forma similar al cálculo del incremento medio absoluto, en este caso basta con conocer el valor inicial de y_1, el valor final de y_n y el número de valores de n.

Incrementos relativos (δ_t) que utilizamos si queremos saber "en qué porcentaje" ha cambiado la serie temporal entre cada momento. Los incrementos relativos se determinan fácilmente utilizando factores de crecimiento:

$$\delta_t = \frac{\Delta y_t}{y_{t-1}} \cdot 100 = \frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}} \cdot 100 = \left(\frac{y_t}{y_{t-1}} - 1\right) \cdot 100 = (k_t - 1) \cdot 100, \quad t = 2, 3, \ldots, n. \tag{6}$$

Basta con observar que si sabemos, por ejemplo, que el precio de los productos ha subido $1{,}5$ veces, sabemos que ha subido $50\,\%\,(= (1{,}5 - 1) \cdot 100\,\%)$.

Incremento medio relativo $(\bar{\delta})$ indica el cambio porcentual medio de la serie temporal entre dos mediciones durante el periodo de interés. Se calcula utilizando la tasa media de crecimiento:

$$\bar{\delta} = (\bar{k} - 1) \cdot 100. \tag{7}$$

Nota. La suma (producto) de los incrementos relativos parciales no es igual al incremento relativo total ("en qué porcentaje" cambió la serie temporal entre los tiempos t_1 a t_n), por lo que no se puede utilizar ni la media aritmética ni la media geométrica de los incrementos relativos parciales para calcular el incremento relativo medio.

A continuación, intentaremos hacer una descripción básica de la serie temporal que presenta la evolución del PIB (en euros per cápita), que puede verse en la Figura 2.

Tarea 1. Determinar el PIB medio anual (en euros per cápita) de la Unión Europea entre 2020 y 2023.

Tarea 2. Determine las tasas anuales de crecimiento del PIB (en euros per cápita) de la Unión Europea entre 2020 y 2023 y la correspondiente tasa media anual de crecimiento del PIB durante este periodo.

Tarea 3. Determine las tasas anuales de crecimiento del PIB de la Unión Europea entre 2020 y 2023 y la correspondiente tasa media de crecimiento del PIB durante este período.

Tarea 4. Determinar las tasas anuales de crecimiento relativo del PIB de la Unión Europea entre 2020 y 2023 y el correspondiente crecimiento medio relativo del PIB durante este periodo.

Bibliografía

- Hrubý domácí produkt (HDP) - Metodika. Online. Český statistický úřad. 2024. Dostupné z: https://csu.gov.cz/hruby_domaci_produkt_-hdp-. [cit. 2024-12-18].
- Real GDP per capita. Online. Eurostat. 2024. Dostupné z: https://ec.europa.eu/eurostat/databrowser/view/sdg_08 [cit. 2024-12-18].

The portal Math4U is developed within the international projects of the Department of Applied Mathematics (VSB-Technical University of Ostrava) and other institutions in Czechia, Poland, Slovakia, and Spain.
Funded by the European Union