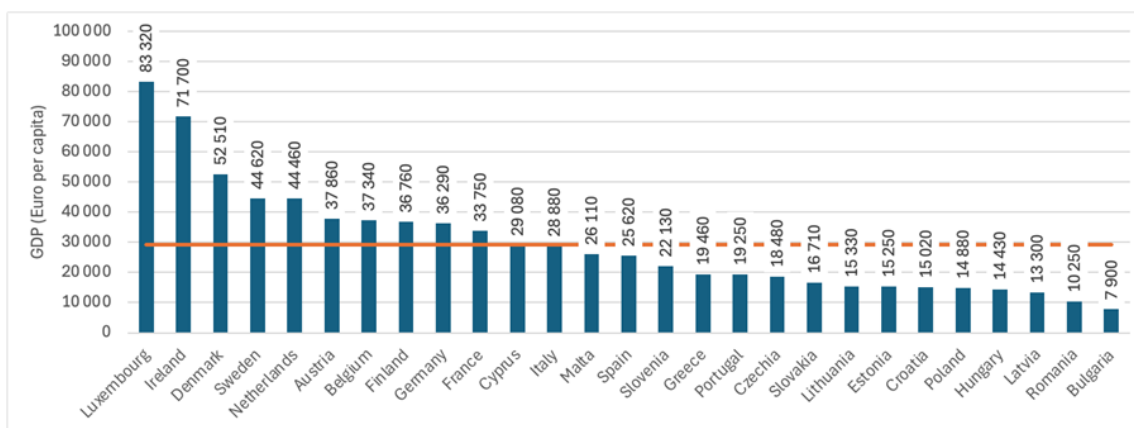


Popis vývoje HDP

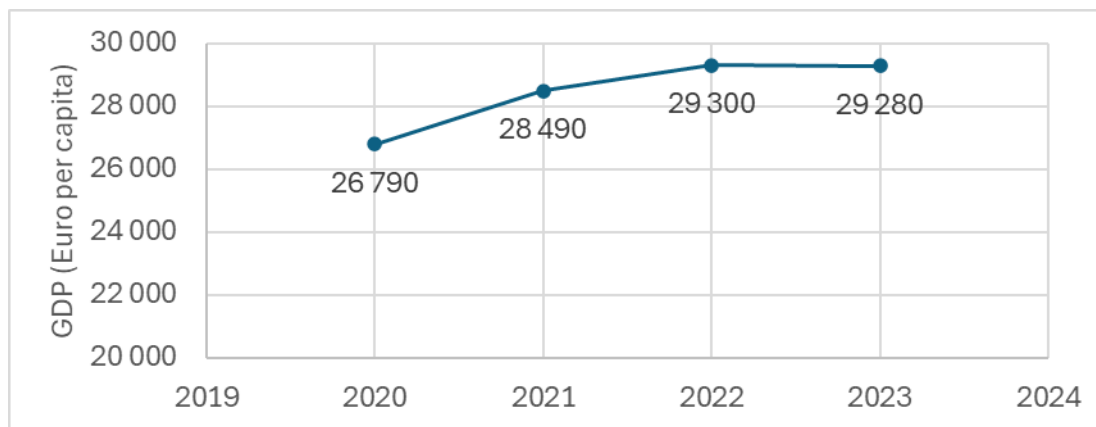
Keywords: kombinatorika, pravděpodobnost a statistika, aritmetický průměr, geometrický průměr, statistika

Hrubý domácí produkt (HDP, v angličtině GDP) je peněžním vyjádřením celkové hodnoty statků a služeb nově vytvořených v daném období na určitém území. V makroekonomii se HDP používá jako ukazatel pro určování výkonnosti ekonomiky států. Můžeme jej tedy použít například pro srovnání výkonnosti jednotlivých států Evropské unie v roce 2023 (viz. Obrázek 1).



Obrázek 1: Srovnání HDP členských států Evropské unie v roce 2023 (oranžová čára označuje HDP Evropské unie jako celku přepočtené na osobu – 29 280 Eur).

Dalším využitím je sledování výkonnosti států v průběhu času. Podívejme se nyní například na to, jak se vyvíjelo HDP Evropské unie přepočtené na osobu v letech 2020 až 2023, kdy Evropská unie měla 27 členských států. Časovou řadu, která tento vývoj dokládá, vidíme na Obrázku 2.



Obrázek 2: Vývoj HDP Evropské unie (přepočteno na osobu) v letech 2020 - 2023

Časová řada, kterou vývoj HDP představuje, je tzv. **intervalovou časovou řadou**, tj. časovou řadou, jejíž údaje závisí na délce intervalu, který je sledován (v tomto případě na délce daného roku).

Nechť časovým okamžikům $t_1, t_2, \dots, t_n$ odpovídají hodnoty časové řady $y_1, y_2, \dots, y_n$.

Základní charakteristikou, kterou pro popis této časové řady používáme, je její průměr.

Průměr intervalové časové řady ($\bar{y}$) vypočteme jako prostý aritmetický průměr

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n}. \quad (1)$$

Kromě průměru nás mnohdy zajímají základní míry dynamiky časových řad, které umožňují charakterizovat základní rysy jejich "chování".

Absolutní přírůstky (Δy_t) jsou nejjednodušší mírou dynamiky. Říká nám „o kolik“ se změnila časová řada mezi jednotlivými okamžiky.

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1}, \quad t = 2, 3, \dots, n. \quad (2)$$

Průměrný absolutní přírůstek ($\bar{\Delta}$) udává „o kolik“ se průměrně změnila časová řada za období mezi dvěma měřeními během sledovaného období.

Součet absolutních přírůstků vyjadřuje celkovou změnu časové řady za sledované období („o kolik“ se změnila časová řada mezi časy t_1 a t_n):

$$\Delta y_2 + \Delta y_3 + \dots + \Delta y_n = (y_2 - y_1) + (y_3 - y_2) + \dots + (y_n - y_{n-1}) = y_n - y_1.$$

Průměrný absolutní přírůstek proto určíme jako aritmetický průměr absolutních přírůstků:

$$\bar{\Delta} = \frac{\Delta y_2 + \Delta y_3 + \dots + \Delta y_n}{n - 1} = \frac{y_n - y_1}{n - 1}. \quad (3)$$

Všimněme si, že pro výpočet stačí znát počáteční hodnotu y_1 , koncovou hodnotu y_n a počet hodnot n .

Koeficienty růstu (tempa růstu, k_t) jsou další mírou dynamiky časových řad. Udávají „kolikanásobně“ se změnila časová řada mezi jednotlivými časovými okamžiky

$$k_t = \frac{y_t}{y_{t-1}}, \quad t = 2, 3, \dots, n. \quad (4)$$

Průměrný koeficient růstu ($\bar{k}$) nám říká „kolikanásobně“ se **průměrně** změnila časová řada mezi dvěma měřeními během sledovaného období.

V tomto případě je celkový koeficient růstu („kolikanásobně“ se změnila časová řada mezi časy t_1 a t_n) nikoliv součtem, ale součinem dílčích koeficientů růstu

$$k_2 \cdot k_3 \cdot \dots \cdot k_n = \frac{y_2}{y_1} \cdot \frac{y_3}{y_2} \cdot \dots \cdot \frac{y_n}{y_{n-1}} = \frac{y_n}{y_1}.$$

Průměrný koeficient růstu tedy určíme jako geometrický průměr dílčích koeficientů růstu

$$\bar{k} = \sqrt[n]{k_2 \cdot k_3 \cdot \dots \cdot k_n} = \sqrt[n]{\frac{y_n}{y_1}}. \quad (5)$$

Podobně jako při výpočtu průměrného absolutního přírůstku, i v tomto případě stačí pro výpočet znát počáteční hodnotu y_1 , koncovou hodnotu y_n a počet hodnot n .

Relativní přírůstky (δ_t) použijeme, chceme-li vědět „o kolik procent“ se změnila časová řada mezi jednotlivými okamžiky. Relativní přírůstky snadno určíme pomocí koeficientů růstu:

$$\delta_t = \frac{\Delta y_t}{y_{t-1}} \cdot 100 = \frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}} \cdot 100 = \left(\frac{y_t}{y_{t-1}} - 1 \right) \cdot 100 = (k_t - 1) \cdot 100, \quad t = 2, 3, \dots, n. \quad (6)$$

Stačí si uvědomit, že víme-li například, že cena výrobků vzrostla 1,5 krát, víme, že vzrostla o 50% (= $(1,5 - 1) \cdot 100\%$).

Průměrný relativní přírůstek ($\bar{\delta}$) udává, o kolik procent se průměrně změnila časová řada za období mezi dvěma měřeními během sledovaného období. Vypočteme jej pomocí průměrného koeficientu růstu:

$$\bar{\delta} = (\bar{k} - 1) \cdot 100. \quad (7)$$

Poznámka. Součet (součin) dílčích relativních přírůstků není roven celkovému relativnímu přírůstku („o kolik procent“ se změnila časová řada mezi časy t_1 a t_n), proto pro výpočet průměrného relativního přírůstku nelze použít aritmetický ani geometrický průměr dílčích relativních přírůstků.

Nyní se pokusíme o základní popis časové řady prezentující vývoj HDP (v eurech na osobu), kterou najdeme na obrázku 2.

Úloha 1. Určete průměrné roční HDP (v eurech na osobu) Evropské unie v letech 2020 až 2023.

Řešení. Jak bylo uvedeno ve vztahu (1), průměrné roční HDP určíme jako prostý aritmetický průměr analyzované časové řady

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + y_4}{4} = \frac{26\,790 + 28\,490 + 29\,300 + 29\,280}{4} \approx 28\,465.$$

V letech 2023-2024 bylo průměrné roční HDP Evropské unie 28 465 Eur na osobu.

Úloha 2. Určete meziroční přírůstky HDP (v eurech na osobu) Evropské unie v letech 2020 až 2023 a odpovídající průměrný meziroční přírůstek HDP za toto období.

Řešení. Meziroční přírůstky HDP nám říkají „o kolik“ se meziročně změnilo HDP. Určíme je proto jako absolutní přírůstky dle vztahu (2) a zapíšeme do tabulky.

rok	HDP (euro/osoba)	Meziroční přírůstky HDP (euro/osoba)
2020	26 790	—
2021	28 490	$28\,490 - 26\,790 = 1\,700$
2022	29 300	$29\,300 - 28\,490 = 810$
2023	29 280	$29\,280 - 29\,300 = -20$
průměr	28 465	830

- V roce 2021 vzrostlo meziročně v zemích Evropské unie HDP o 1 700 euro na osobu.
- V roce 2022 byl meziroční nárůst HDP 810 euro na osobu.
- V roce 2023 došlo k meziročnímu poklesu HDP o 20 euro na osobu.

Průměrný meziroční přírůstek nyní můžeme dle vztahu (3) určit jako aritmetický průměr meziročních přírůstků nebo pouze pomocí počáteční a koncové hodnoty analyzované časové řady:

$$\bar{\Delta} = \frac{\Delta y_2 + \Delta y_3 + \Delta y_4}{4 - 1} = \frac{1\,700 + 810 + (-20)}{3} = 830$$

nebo

$$\bar{\Delta} = \frac{y_4 - y_1}{4 - 1} = \frac{29\,280 - 26\,790}{3} = 830.$$

V letech 2020 až 2023 rostlo v Evropské unii HDP ročně v průměru o 830 Eur na osobu.

Úloha 3. Určete meziroční tempa růstu HDP Evropské unie v letech 2020 až 2023 a odpovídající průměrné tempo růstu HDP za toto období.

Řešení. Meziroční tempa růstu HDP nám říkají „kolikrát“ se meziročně změnilo HDP. Určíme je proto jako koeficienty růstu dle vztahu (4), pro přehlednost je opět zapíšeme do tabulky.

rok	HDP (euro/osoba)	Meziroční přírůstky HDP (euro/osoba)	Tempo růstu (-)
2020	26 790	—	—
2021	28 490	1 700	$\frac{28\,490}{26\,790} \approx 1,063$
2022	29 300	810	$\frac{29\,300}{28\,490} \approx 1,028$
2023	29 280	-20	$\frac{29\,280}{29\,300} \approx 0,999$
průměr	28 465	830	—

- V roce 2021 vzrostlo HDP v zemích Evropské unie meziročně cca 1,063 krát, tj. vzrostlo meziročně cca o 6,3%.
- V roce 2022 vzrostlo HDP v zemích Evropské unie meziročně cca 1,028 krát, tj. vzrostlo meziročně cca o 2,8%.
- V roce 2023 vzrostlo HDP v zemích Evropské unie meziročně cca 0,999 krát, tj. došlo k meziročnímu poklesu cca o 0,1%.

Průměrné meziprocentní tempo růstu nyní můžeme dle vztahu (5) určit jako geometrický průměr meziprocentních temp růstů nebo pouze pomocí počáteční a koncové hodnoty analyzované časové řady:

$$\bar{k} = \sqrt[n]{k_2 \cdot k_3 \cdot k_4} = \sqrt[3]{1,063 \cdot 1,028 \cdot 0,999} \approx 1,030$$

nebo

$$\bar{k} = \sqrt[n]{\frac{y_4}{y_1}} = \sqrt[3]{\frac{29\,280}{26\,790}} \approx 1,030$$

V letech 2020 až 2023 bylo v Evropské unii průměrné meziprocentní tempo růstu HDP (Eur na osobu) 1,030, tj. HDP (Eur na osobu) rostlo meziprocentně v průměru o 3,0%.

Poznámka. Budeme-li počítat průměrné tempo růstu jako geometrický průměr dílčích koeficientů růstu uvedených v tabulce u řešení Úlohy 3, budeme pracovat se zaokrouhlenými údaji a vnášet tak do výpočtu chybu s tímto související. Proto doporučujeme pro výpočet používat raději pouze počáteční a koncové hodnoty analyzované časové řady.

Úloha 4. Určete meziprocentní relativní přírůstky HDP Evropské unie v letech 2020 až 2023 a odpovídající průměrný relativní přírůstek HDP za toto období.

Řešení. Tento úkol jsme již vyřešili v rámci interpretace temp růstů zjištěných v úloze 3. Říkáme-li, že v roce 2021 vzrostlo HDP meziprocentně 1,063 krát, je to totéž jako když budeme tvrdit, že v roce 2021 vzrostlo HDP meziprocentně o 6,3%.

To tvrdí i vztahy (6) a (7), které uvádějí, jak souvisí relativní přírůstek v procentech (resp. průměrný relativní přírůstek v procentech) a tempo růstu (resp. průměrné tempo růstu).

Výsledky jsou uvedeny v následující tabulce.

rok	HDP (euro/osoba)	Meziprocentní přírůstky HDP (euro/osoba)	Tempo růstu (-)	Relativní přírůstek (%)
2020	26 790	—	—	—
2021	28 490	1 700	1,063	6,3
2022	29 300	810	1,028	2,8
2023	29 280	−20	0,999	−0,1
průměr	28 465	830	1,030	3,0

Literatura

- Hrubý domácí produkt (HDP) - Metodika. Online. Český statistický úřad. 2024. Dostupné z: https://csu.gov.cz/hruby_domaci_produkty-hdp- [cit. 2024-12-18].
- Real GDP per capita. Online. Eurostat. 2024. Dostupné z: https://ec.europa.eu/eurostat/databrowser/view/sdg_08 [cit. 2024-12-18].