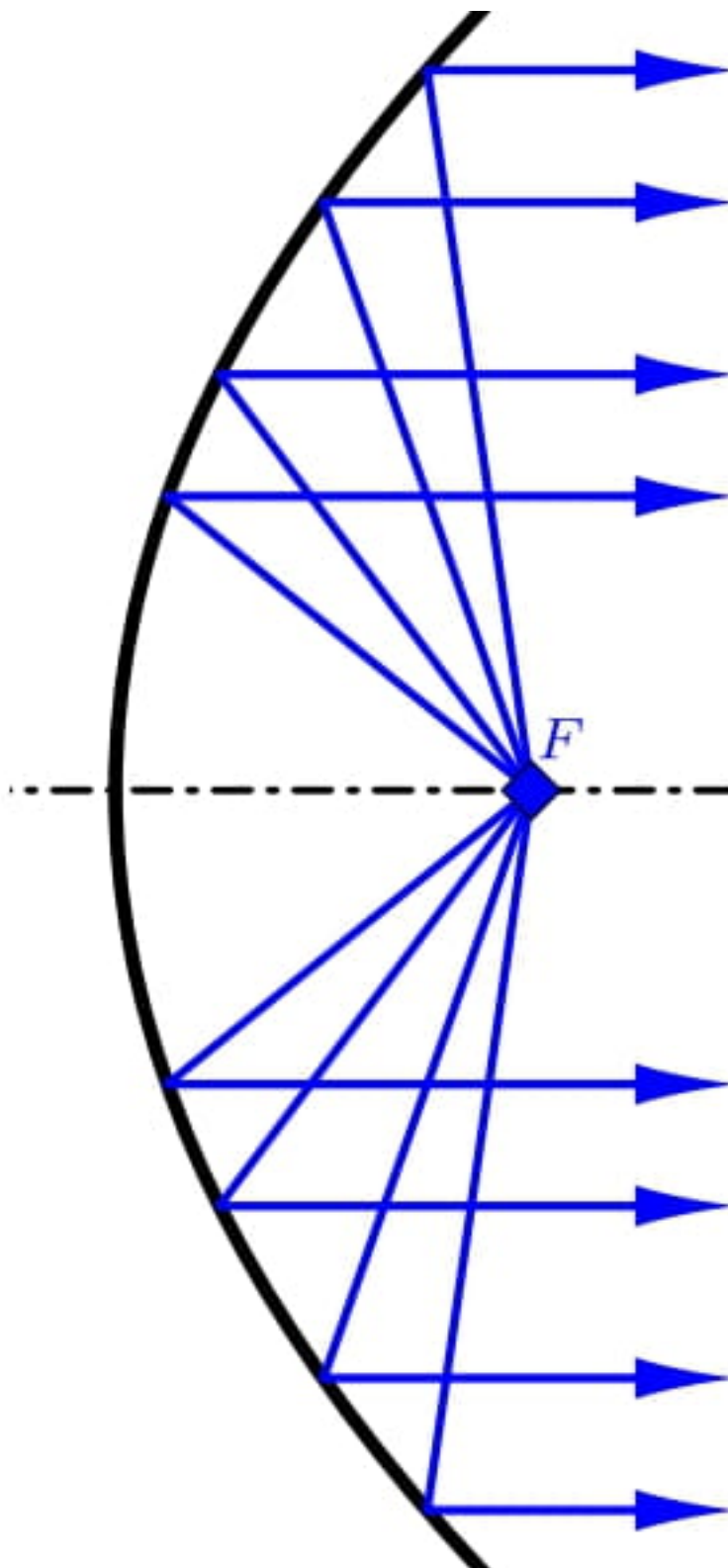


Parabolická anténa

Keywords: analytická geometria, kuželosečky, rovnice paraboly

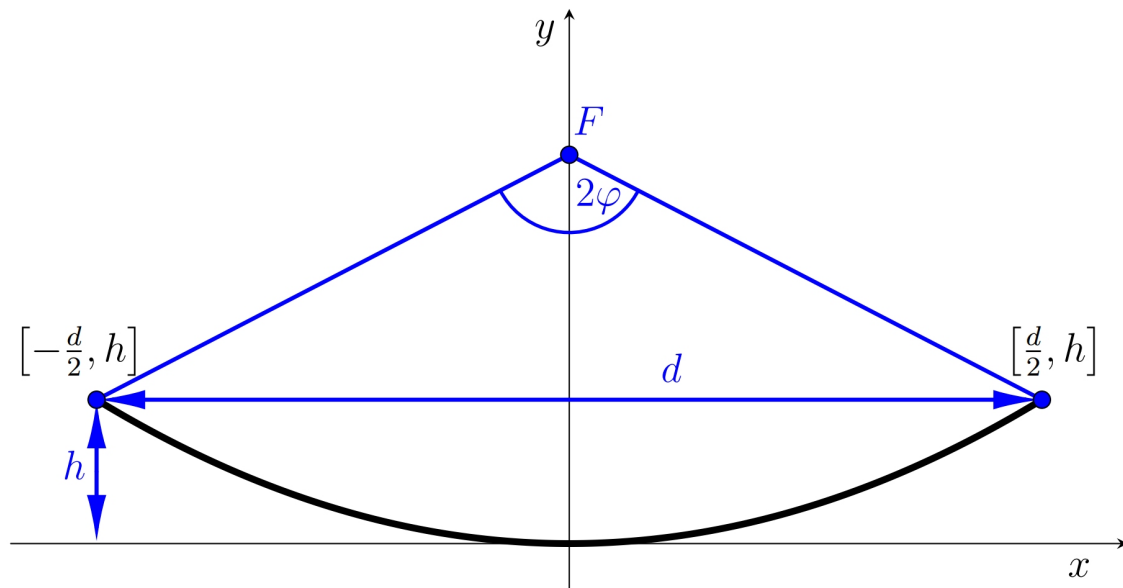
Kvalitná anténa je jedným z najdôležitejších prvkov každého radaru. Jedným typom antény je takzvaná parabolická anténa. Táto anténa má tvar rotačného paraboloidu (to znamená, že vznikla rotáciou časti paraboly okolo jej osi) a používa sa nielen na rádiolokáciu, ale aj napríklad na príjem satelitného televízneho vysielania. Parabolický tvar prijímacej antény zabezpečuje, že prichádzajúce signály z určitého smeru sa po odraze od antény sústredia v jednom bode. Konkrétne v ohnisku paraboly, ktorej rotáciou anténa vznikla. Prijímač antény sa preto nachádza v tomto bode. Na druhej strane, ak sa výstup vysokofrekvenčného generátora (vysielač) nachádza v ohnisku, anténa funguje ako vysielač. Po odraze od paraboloidu sa energia z vysielača sústreďuje do úzkeho lúča mikrovln s rovnobežnými lúčmi.



Obr. 1: Rez parabolickou anténou

Results matter!

Osovým rezom antény je časť paraboly. Charakterizuje sa dvoma parametrami. Sú to priemer d antény a hĺbka h antény, pozri obrázok. Tieto dva parametre určujú polohu ohniska F . Vzdialenosť ohniska od vrcholu paraboly označujeme f . Poslednou dôležitou charakteristikou antény je jej uhol otvorenia, ktorý vyjadruje, pod akým uhlom vidíme okraje časti paraboly z ohniska. Jeho hodnotu označujeme 2φ .



Obr. 2: Model parabolické antény

Pri výpočte polohy ohniska je výhodné predpokladať, že vrchol paraboly sa nachádza v počiatku súradnicového systému a os x je dotyčnicou paraboly v jej vrchole. Všeobecná rovnica paraboly je potom

$$x^2 = 2py,$$

kde p je parameter paraboly, t. j. vzdialenosť ohniska od riadiacej priamky paraboly. Pre parameter p platí $p = 2f$.

Zadanie

Úloha 1. Máme parabolickú anténu s priemerom $d = 120$ cm a hĺbkou $h = 20,3$ cm. Takáto anténa je vhodná na použitie v amatérskom rádiovom pásme 5,76 GHz (vlnová dĺžka 5,2 cm). Vypočítajte optimálne umiestnenie prijímača.

Riešenie. Aby anténa fungovala optimálne, prijímač musí byť umiestnený v ohnisku parabolickej antény. Preto musíme určiť súradnice ohniska. Pri danom umiestnení paraboly majú jej krajné body súradnice $[-\frac{d}{2}, h]$ a $[\frac{d}{2}, h]$. Okrem toho oba tieto body musia spĺňať všeobecnú rovnicu paraboly $x^2 = 2py$, kde parameter p určuje polohu ohniska, pričom v našom označení platí $f = \frac{p}{2}$.

Dosadíme pravý krajný bod do tejto rovnice a určíme p :

$$60^2 = 2p \cdot 20,3.$$

Odtiaľ $p \doteq 88,7$ cm. Ohnisko leží na osi y vo vzdialenosti $f = \frac{p}{2} \doteq 44,3$ cm od vrcholu paraboly.

Úloha 2. Určte kvadratickú funkciu (vo všeobecnom tvare) vyjadrujúcu zakrivenie parabolickej antény a znázornite ju (napr. v GeoGebre).

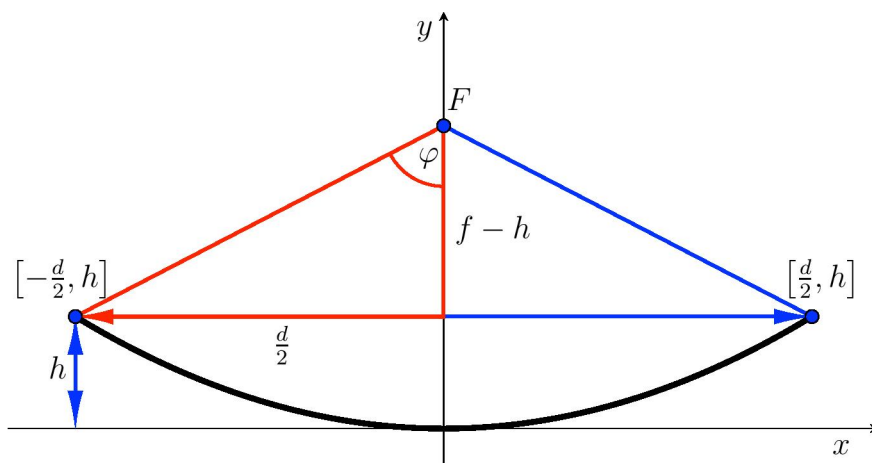
Riešenie. Z vrcholového tvaru rovnice paraboly $x^2 = 2 \cdot 88,7y$ je potrebné vyjadriť súradnicu y . Pre kvadratickú funkciu platí

$$y = \frac{1}{177,4}x^2.$$

Graf kvadratickej funkcie správne zachytáva zakrivenie parabolickej antény, ak majú obe osi rovnaké mierky.

Úloha 3. Vypočítajte uhol otvorenia paraboly 2φ .

Riešenie. Pre výpočet otvorenia paraboly použijeme pravouhlý trojuholník s odvesnami dĺžok $f - h$ a $\frac{d}{2}$.



Obr. 3: Trojuholník pre výpočet uhlu otvorenia

Pre polovicu uhla otvorenia platí

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\frac{d}{2}}{f - h} = \frac{60}{44,3 - 20,3} \implies \varphi \doteq 68,2^\circ.$$

Uhol otvorenia paraboly 2φ je $136,4^\circ$.

Literatúra

- Střihavka, František. *Parabolické antény [1994]* [online]. Dostupné z https://www.ok2kkw.com/next/ok1ca_1994di [cit. 30.,10.,2023]
- Kusala, Jaroslav. *Radarové antény* [online]. Dostupné z https://www.army.cz/images/id_8001_9000/8753/radar/k [cit. 30.,10.,2023].
- Interactive mathematics. *The Parabola* [online]. Dostupné z <https://www.intmath.com/plane-analytic-geometry/4-parabola.php> [cit. 30.,10.,2023].