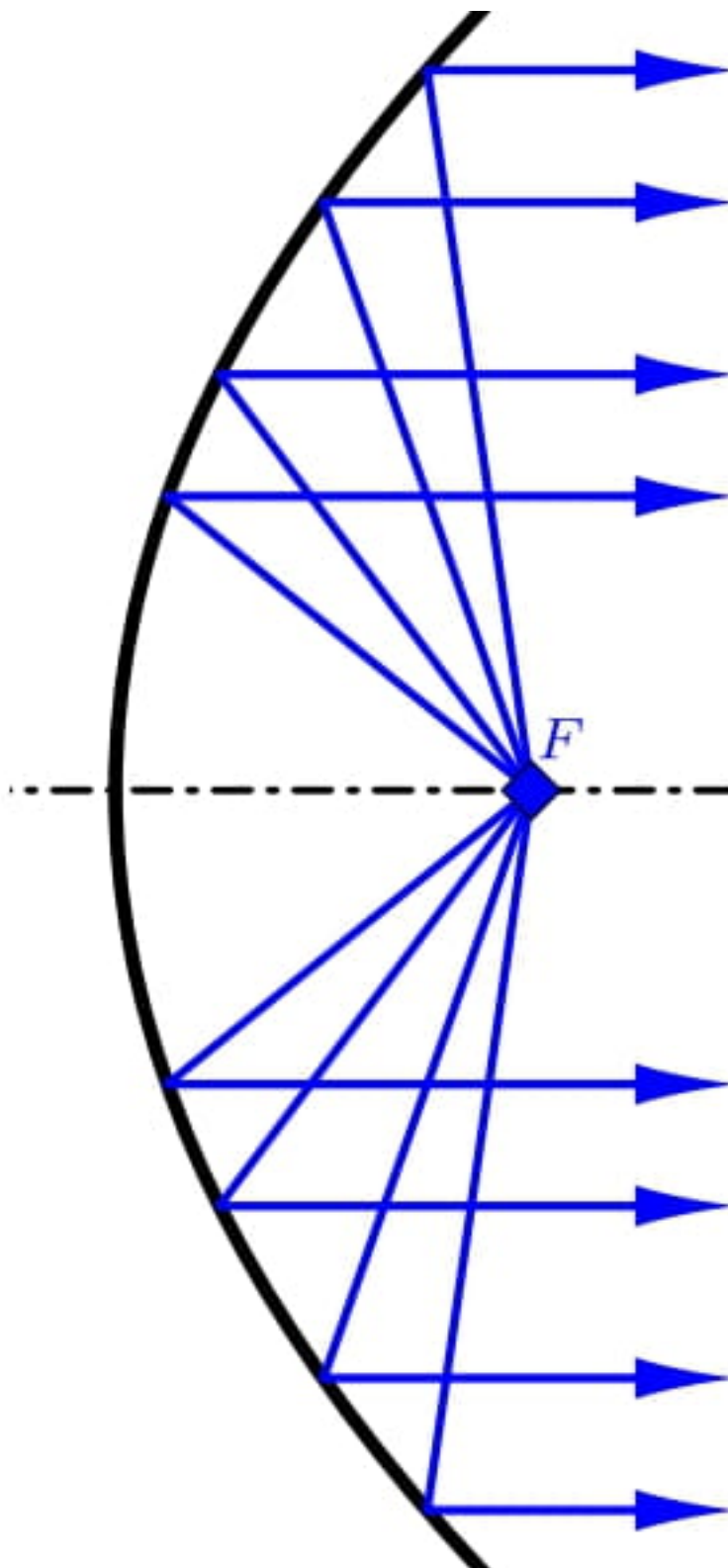


Antena paraboliczna

Keywords: geometria analityczna, przekroje stożkowe, równanie paraboli

Wysokiej jakości antena jest jednym z najważniejszych elementów każdego radaru. Jednym z typów anten jest tak zwana antena paraboliczna. Antena ta ma kształt obracającej się paraboloidy (co oznacza, że została stworzona poprzez obracanie części paraboli wokół jej osi) i jest używana nie tylko do radiolokacji, ale także na przykład do odbioru programów telewizji satelitarnej.

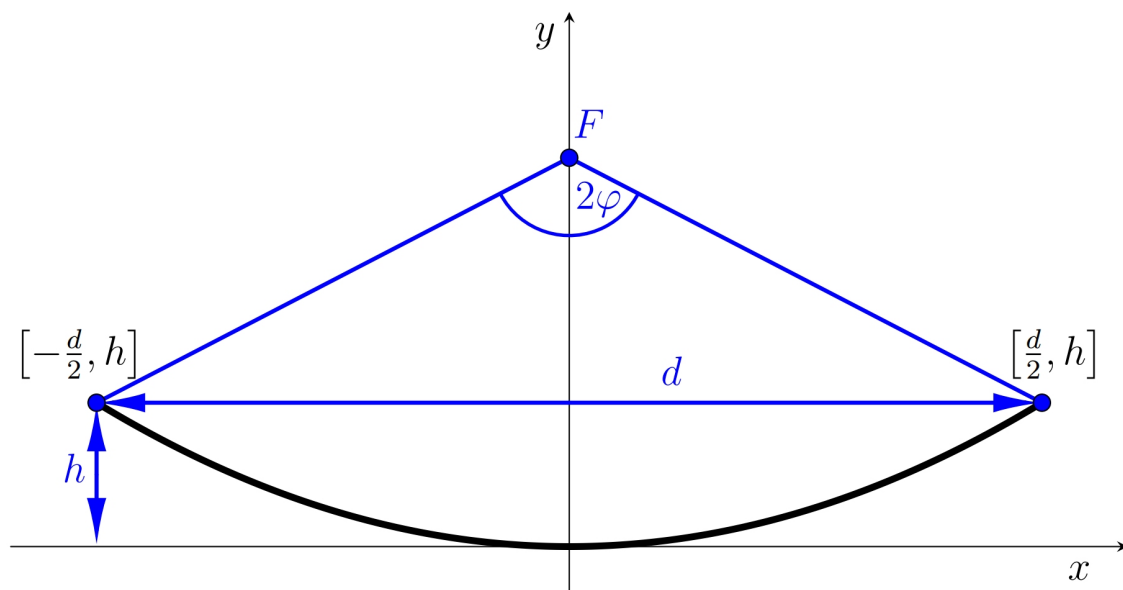
Paraboliczny kształt anteny odbiorczej zapewnia, że sygnały przychodzące z określonego kierunku są skoncentrowane w jednym punkcie po odbiciu od anteny. Mianowicie w ognisku paraboli, której obrót utworzył antenę. Odbiornik anteny znajduje się zatem w tym punkcie. Z drugiej strony, jeśli wyjście generatora wysokiej częstotliwości (emitera) znajduje się w punkcie centralnym, antena działa jak nadajnik. Po odbiciu od paraboloidy energia z emitera jest koncentrowana w wąski strumień mikrofal o równoległych wiązках.



Rysunek 1: Przekrój przez antenę paraboliczną

Results matter!

Przekrój osiowy anteny jest częścią paraboli. Charakteryzuje się on dwoma parametrami. Są to średnica d anteny i głębokość h anteny, patrz rysunek. Te dwa parametry określają położenie ogniska F . Odległość ogniska od wierzchołka paraboli oznaczamy przez f . Ostatnią ważną cechą anteny jest jej kąt rozwarcia, który wyraża kąt, przy którym krawędzie części paraboli są widoczne z punktu centralnego. Oznaczamy jego wartość przez 2φ .



Rysunek 2: Model anteny parabolicznej

Przy obliczaniu położenia punktu ogniskowania korzystne jest założenie, że położenie wierzchołka paraboli znajduje się w punkcie początkowym układu współrzędnych, a oś x jest styczną do paraboli w jej wierzchołku. Standardowe równanie paraboli to zatem

$$x^2 = 2py,$$

gdzie p jest parametrem paraboli (semi-latus rectum), tj. odległością ogniska od direktora paraboli. Dla parametru p , $p = 2f$ posiada.

Przydział

Ćwiczenie 1. Mamy antenę paraboliczną o średnicy $d = 120$ cm i głębokość $h = 20,3$ cm. Taka antena nadaje się do użytku w amatorskim paśmie radiowym 5,76 GHz (długość fali 5,2 cm). Określenie optymalnej lokalizacji odbiornika.

Rozwiązanie. Aby antena działała optymalnie, odbiornik musi znajdować się w ognisku anteny parabolicznej. Dlatego musimy określić współrzędne punktu ogniskowego. Biorąc pod uwagę położenie paraboli, jej punkty końcowe mają współrzędne

$$\left[-\frac{d}{2}, h\right] \text{ i } \left[\frac{d}{2}, h\right].$$

Results matter!

Co więcej, oba te punkty muszą spełniać standardowe równanie paraboli $x^2 = 2py$, gdzie parametr p określa pozycję fokusa, podczas gdy $f = \frac{p}{2}$ ma zastosowanie w naszej notacji.

Podstawmy prawy punkt końcowy do tego równania i określmy p :

$$60^2 = 2p \cdot 20.3.$$

Stąd $p \doteq 88,7$ cm. Ostrość leży na osi y w odległości $f = \frac{p}{2} \doteq 44,3$ cm od wierzchołka paraboli.

Ćwiczenie 2. Wyznacz funkcję kwadratową (w jawnej postaci) wyrażającą krzywiznę anteny parabolicznej i sporządź jej wykres (np. w programie GeoGebra).

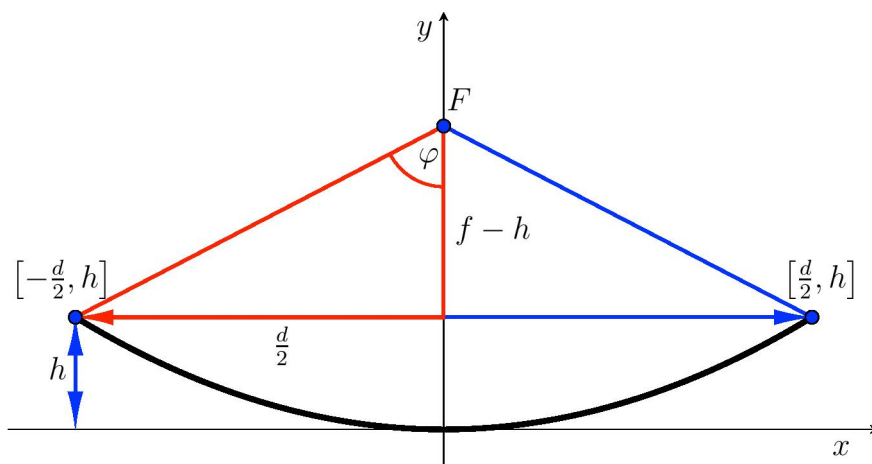
Rozwiązanie. Ze standardowego równania paraboli $x^2 = 2 \cdot 88,7y$ konieczne jest wyrażenie współrzędnej y . Dla funkcji kwadratowej stosuje się

$$y = \frac{1}{177,4} x^2.$$

Wykres funkcji kwadratowej poprawnie oddaje krzywiznę anteny parabolicznej, jeśli obie osie mają tę samą skalę.

Ćwiczenie 3. Oblicz kąt rozwarcia 2φ paraboli.

Rozwiązanie. Aby obliczyć rozwarcie paraboli, użyjemy trójkąta prostokątnego o nogach długości $f - h$ i $\frac{d}{2}$.



Rysunek 3: Trójkąt do obliczania kąta rozwarcia

Dla połowy kąta otwarcia otrzymujemy

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\frac{d}{2}}{f - h} = \frac{60}{44,3 - 20,3} \implies \varphi \doteq 68,2^\circ.$$

Kąt rozwarcia paraboli 2φ jest $136,4^\circ$.