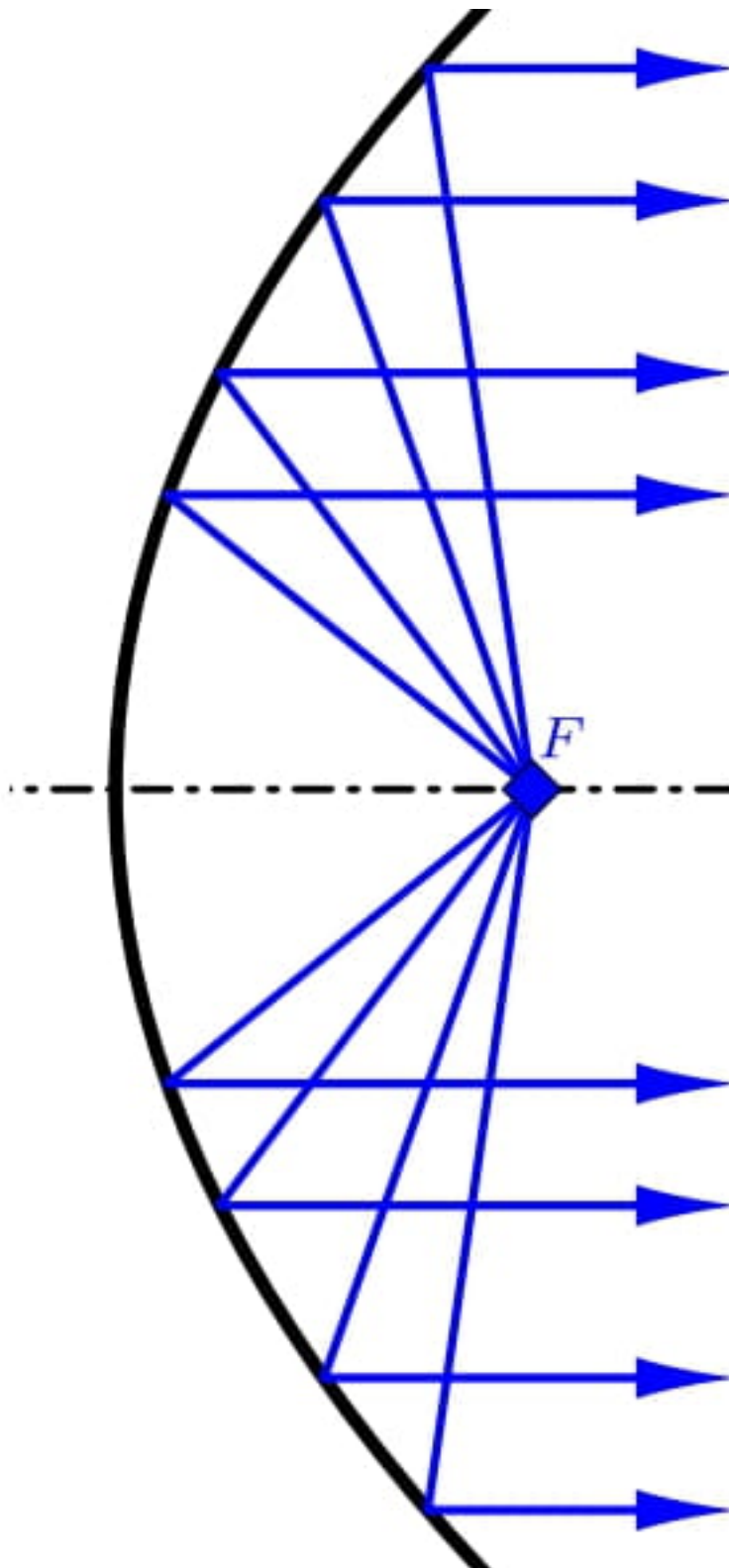


Parabolická anténa

Keywords: analytická geometrie, kuželosečky, rovnice paraboly

Kvalitní anténa je jedním z nejdůležitějších prvků každého radaru. Jedním typem antény je tzv. parabolická anténa. Tato anténa má tvar rotačního paraboloidu (to znamená, že vznikla rotací části paraboly kolem její osy) a slouží nejen k radiolokaci, ale například i k příjmu satelitního televizního vysílání.

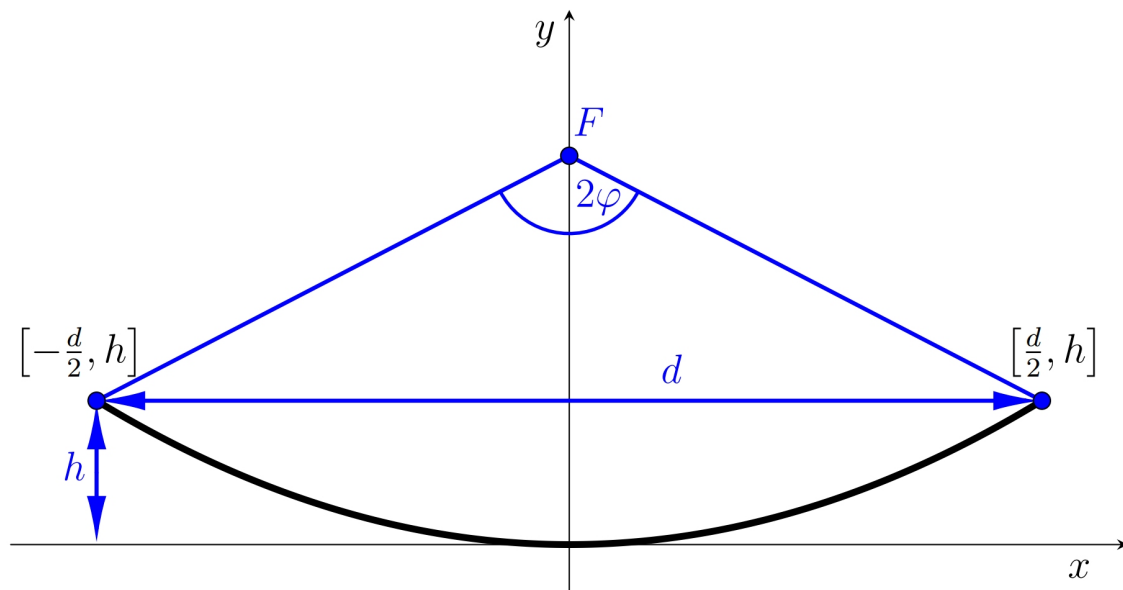
Parabolický tvar přijímací antény zajišťuje, že přicházející signály z určitého směru se po odrazu od antény soustřeďují do jednoho bodu, a to do ohniska paraboly, jejíž rotací anténa vznikla. V tomto bodě proto bývá přijímač antény. Pokud je naopak v ohnisku umístěn výstup z vysokofrekvenčního generátoru (zářič), funguje anténa jako vysílač. Energie ze zářiče se po odrazu od paraboloidu soustředí do úzkého proudu mikrovln s rovnoběžnými paprsky.



Obrázek 1: Řez parabolickou anténou

Results matter!

Osovým řezem antény je část paraboly. Ta je charakterizovaná dvěma parametry. Jsou to průměr d antény a hloubka h antény, viz obrázek. Tyto dva údaje jsou určující pro polohu ohniska F . Vzdálenost ohniska od vrcholu paraboly označíme f . Poslední důležitou charakteristikou antény je její úhel otevření, který vyjadřuje pod jakým úhlem jsou vidět okraje části paraboly z ohniska. Jeho hodnotu označujeme 2φ .



Obrázek 2: Model parabolické antény

Při výpočtu polohy ohniska je výhodné předpokládat umístění vrcholu paraboly v počátku, kdy osa x je zároveň tečnou této paraboly v jejím vrcholu. Vrcholová rovnice paraboly je pak

$$x^2 = 2py,$$

kde p je parametr paraboly, tedy vzdálenost ohniska od řídící přímky paraboly. Pro parametr p platí $p = 2f$.

Zadání

Úloha 1. Máme k dispozici parabolickou anténu s průměrem $d = 120$ cm a hloubkou $h = 20,3$ cm. Takováto anténa je vhodná pro využití v radioamatérském pásmu 5,76 GHz (vlnová délka 5,2 cm). Vypočítejte, kam je nutné umístit přijímač.

Řešení. Aby anténa správně fungovala, musí přijímač ležet v ohnisku parabolické antény. Máme tedy určit polohu ohniska. Vzhledem k umístění paraboly mají krajní body její části souřadnice $[-\frac{d}{2}, h]$ a $[\frac{d}{2}, h]$. Navíc oba tyto body musí splňovat vrcholovou rovnici paraboly $x^2 = 2py$, kde parametr p určuje polohu ohniska, přičemž při našem označení platí $f = \frac{p}{2}$.

Dosaďme pravý krajní bod do této rovnice a určíme p :

$$60^2 = 2p \cdot 20,3.$$

Odtud tedy $p \doteq 88,7$ cm. Ohnisko leží na ose y ve vzdálenosti $f = \frac{p}{2} \doteq 44,3$ cm od vrcholu paraboly.

Úloha 2. Určete předpis kvadratické funkce (v explicitním tvaru) vyjadřující zakřivení parabolické antény a znázorněte ji (např. v GeoGebře).

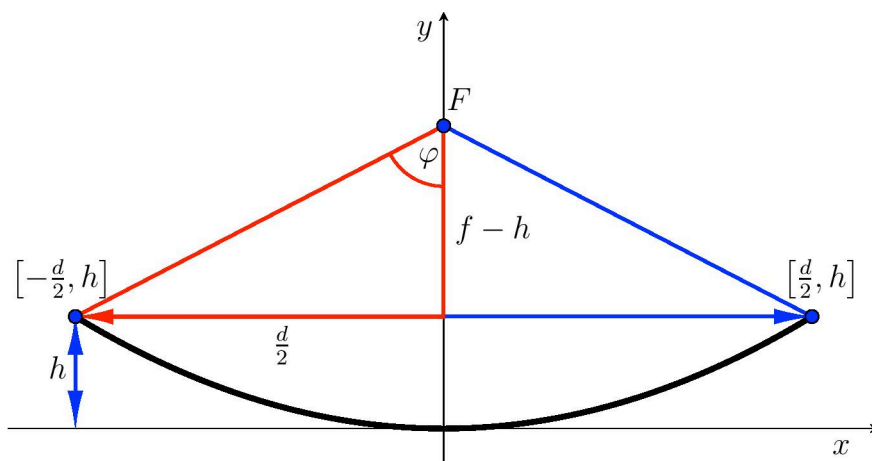
Řešení. Z vrcholové rovnice paraboly $x^2 = 2 \cdot 88,7y$ je nutné vyjádřit souřadnici y . Pro kvadratickou funkci platí

$$y = \frac{1}{177,4}x^2.$$

Graf kvadratická funkce bude správně zachycovat zakřivení parabolické antény, pokud bude platit, že na obou osách je stejné měřítko.

Úloha 3. Vypočítejte úhel otevření paraboly 2φ .

Řešení. Pro výpočet otevření paraboly využijeme pravoúhlého trojúhelníka s odvěsnami délky $f - h$ a $\frac{d}{2}$.



Obrázek 3: Trojúhelník pro výpočet úhlu otevření

Pro polovinu úhlu otevření platí

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\frac{d}{2}}{f - h} = \frac{60}{44,3 - 20,3} \implies \varphi \doteq 68,2^\circ.$$

Úhel otevření paraboly 2φ je $136,4^\circ$.

Literatura

- Střihavka, František. *Parabolické antény* [1994] [online]. Dostupné z https://www.ok2kkw.com/next/ok1ca_1994di [cit. 30.,10.,2023]
- Kusala, Jaroslav. *Radarové antény* [online]. Dostupné z https://www.army.cz/images/id_8001_9000/8753/radar/k [cit. 30.,10.,2023].
- Interactive mathematics. *The Parabola* [online]. Dostupné z <https://www.intmath.com/plane-analytic-geometry/4-parabola.php> [cit. 30.,10.,2023].