

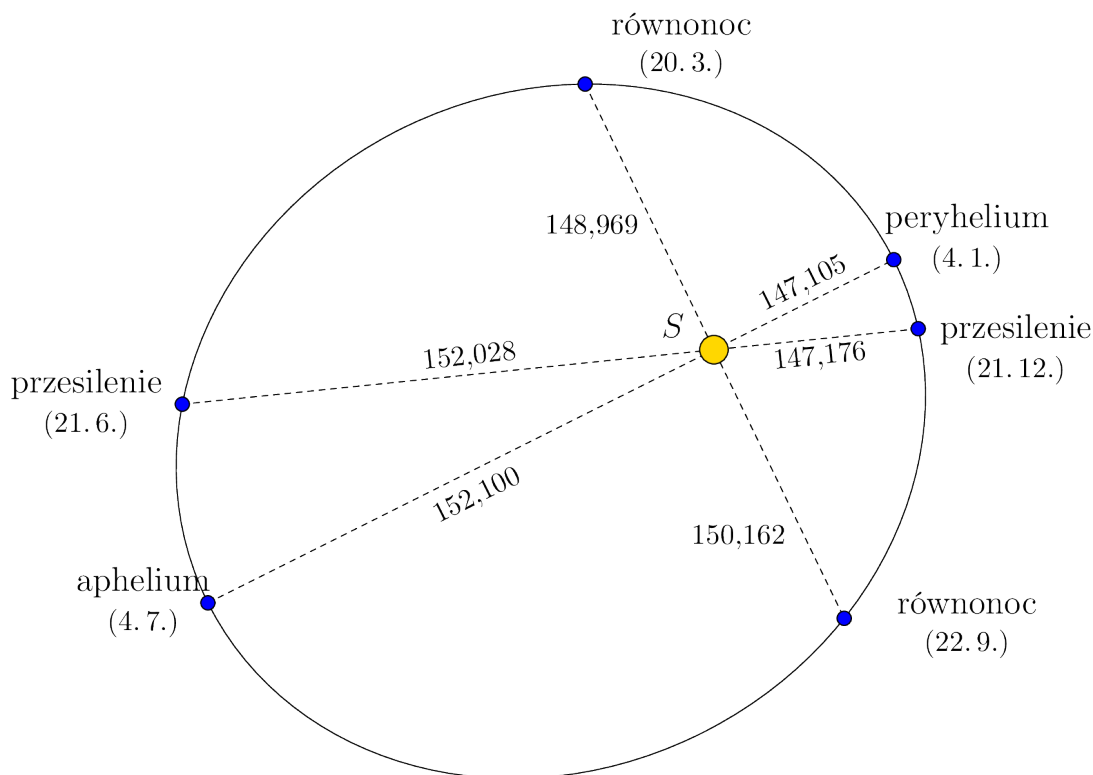
Pierwsze prawo Keplera o ruchu planet

Keywords: geometria analityczna, przekrój stożkowy, elipsa

Pierwsze prawo Keplera mówi:

Planety poruszają się wokół Słońca po eliptycznych trajektoriach, a Słońce znajduje się w jednym z ich ognisk.

Punkt na trajektorii, w którym Ziemia znajduje się najbliżej (lub najdalej) Słońca nazywany jest *peryhelium* (lub *aphelium*). Sytuacja jest pokazana na poniższym rysunku, który jest celowo zniekształcony, aby widoczny był eliptyczny kształt trajektorii. Odległości podane są w milionach kilometrów, na podstawie danych z programu Stellarium i odpowiadają rokowi 2022.



Rysunek 1: Eliptyczna trajektoria Ziemi wokół Słońca

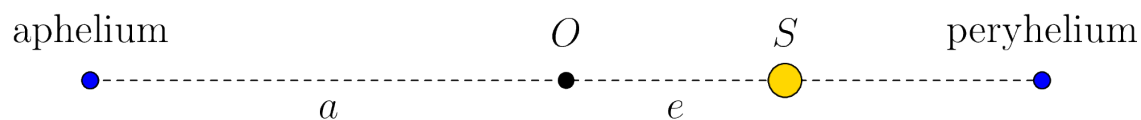
Zadanie. Korzystając z informacji przedstawionych na rysunku, określ mimośród oraz długości półosi głównej i półosi małej eliptycznej trajektorii Ziemi.

Rozwiązanie. Ponieważ Słońce znajduje się w jednym z ognisk elipsy, aphelium i peryhelium są jej

Results matter!

głównymi wierzchołkami. Dlatego suma odległości od Słońca do Ziemi w aphelium i peryhelium jest dwa razy większa od długości osi półcenia a . Zatem,

$$a = \frac{152\,100 \cdot 10^6 \text{ km} + 147\,105 \cdot 10^6 \text{ km}}{2} \doteq 149\,603 \cdot 10^6 \text{ km}.$$



Rysunek 2: Zależność parametrów od odległości Słońce-Ziemia w aphelium

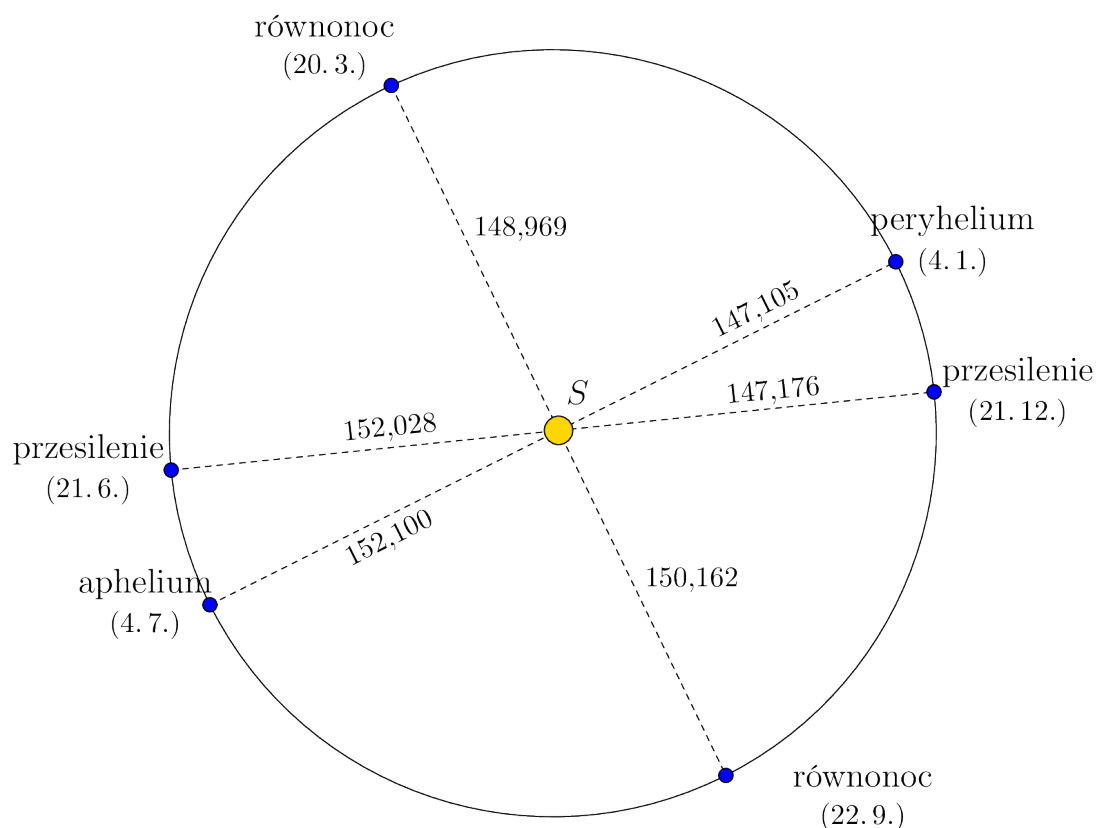
Jak widać na rysunku (gdzie punkt O reprezentuje środek elipsy), różnica między odległością Słońca od Ziemi w aphelium a długością półosi głównej a daje mimośród e . Zatem

$$e = 152\,100 \cdot 10^6 \text{ km} - 149\,603 \cdot 10^6 \text{ km} = 2\,497 \cdot 10^6 \text{ km}.$$

Ponieważ dla elipsy zachodzi zależność $a^2 = b^2 + e^2$, gdzie b jest długością osi półminimalnej, możemy teraz określić długość osi półminimalnej:

$$b = \sqrt{a^2 - e^2} \doteq 149\,582 \cdot 10^6 \text{ km}.$$

Jeśli teraz przerysujemy figurę z ćwiczenia tak, aby stosunek długości osi odpowiadał rzeczywistości, okaże się, że kształt trajektorii jest rzeczywiście bardzo zbliżony do okręgu, ze Słońcem w środku.



Rysunek 3: Trajektoria Ziemi wokół Słońca w skali

Literatura

- Stellarium contributors (2023). *Stellarium 23.4*. [software], <https://stellarium.org/cs/>