

Tieň domu

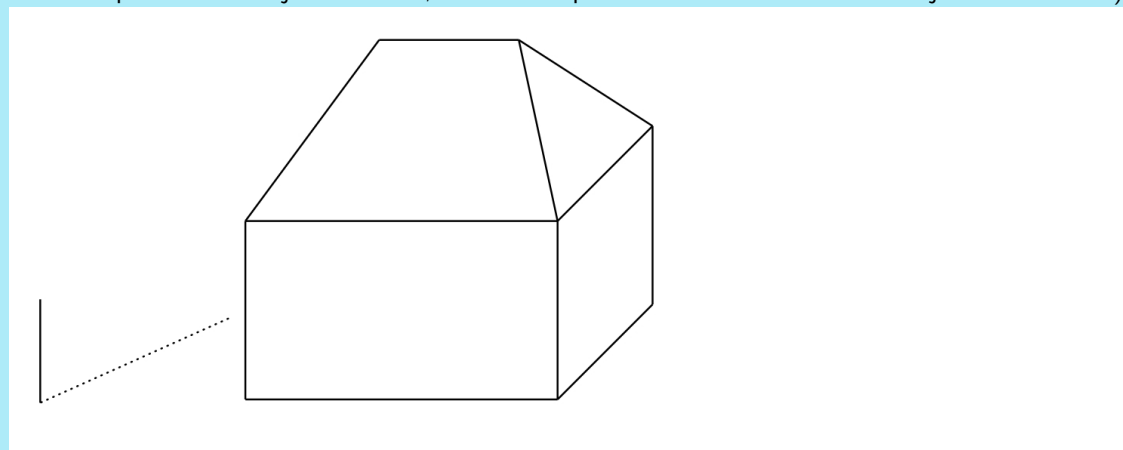
Keywords: geometria v priestore, osvetlenie, kabinetná axonometria

Martin si chce na svojom plátne rozvŕnúť miesto na nakreslenie domu za slnečného dňa. Znázornil si preto jednoduchý model domu v rovnobežnom premietaní, ktorý stojí na vodorovnom pozemku. Dom je tvorený obdĺžnikovým kvádom s jednoduchou valbovou strechou. Valbová strecha je strecha tvorená dvoma rovnoramennými trojuholníkmi a dvoma rovnoramennými lichobežníkmi. Všetky štyri roviny strechy majú rovnaký sklon. Na plátne vedľa domu umiestnil zvislú tyč a jej tieň (pozri obrázok).

Na popis riešenia budeme potrebovať nasledujúce pojmy:

- *Vlastný tieň* na objekte je tá časť povrchu objektu, ktorá nie je osvetlená svetelným zdrojom. Čiara na povrchu objektu, ktorá oddeľuje osvetlené a neosvetlené časti sa nazýva *hranica vlastného tieňa*.
- *Vrhnutý tieň* je tieň, ktorý objekt vrhá na nejakú plochu v dôsledku osvetlenia. *Hranica vrhnutého tieňa* je obrys tohto tieňa na ploche.

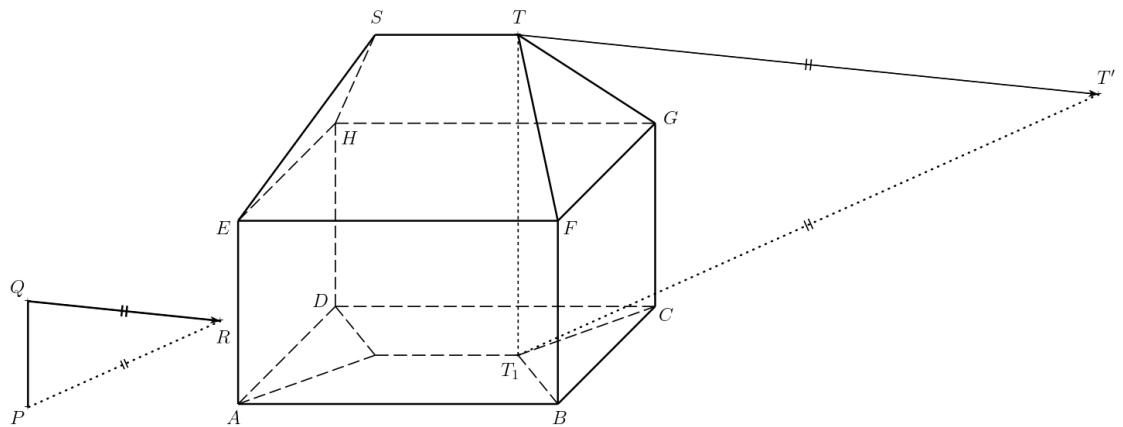
Úloha 1. Vyznačte na obrázku vlastný tieň domu a tieň domu vrhnutý na zem slnkom. (Vzdialenosť Slnka od povrchu Zeme je taká veľká, že môžeme považovať slnečné lúče za navzájom rovnobežné.)



Riešenie. Nech P označuje pätu tyče, Q jej horný koniec a R vrhnutý tieň bodu Q . Orientovaná úsečka QR teda určuje smer a orientáciu svetelných lúčov. Úsečka PR je kolmý priemet úsečky QR do roviny zeme. V nasledujúcom texte označíme rovinu zeme symbolom π . Ďalej označíme vrcholy kvádra $ABCDEFGH$ a označíme koncové body hrebeňa strechy symbolmi S a T .

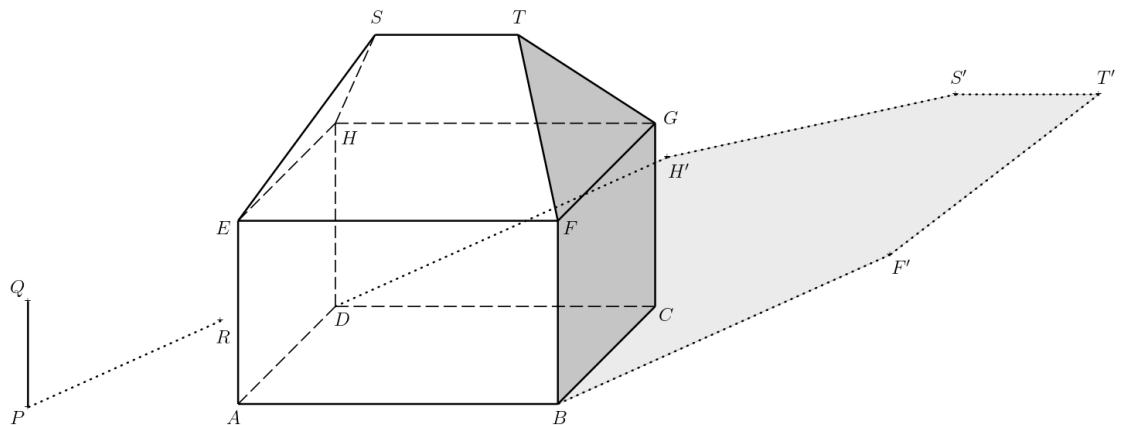
Osvetlenou časťou domu je ľavá bočná a predná stena kvádra a zodpovedajúce časti strechy. Hranicou vlastného tieňa je teda uzavretá lomená čiara $ABFTSHDA$. Na určenie hranice vrhnutého tieňa domu stačí zostrojiť vrhnuté tieň vrcholov tejto lomenej čiary. Z nich A , B a D už ležia v rovine π , a preto sú aj ich vlastnými vrhnutými tieňmi. Preto stačí zostrojiť vrhnuté tieň bodov F , T , S a H .

Vrhnutý tieň bodu T je priesečníkom svetelného lúča prechádzajúceho týmto bodom s kolmým priemetom tohto lúča do roviny π . Pripomeňme, že smer svetelných lúčov je určený priamkou QR a smer kolmého priemetu lúčov do roviny π je určený priamkou PR . Kolmý priemet lúča ďalej prechádza bodom T_1 , ktorý je kolmým priemetom bodu T do roviny π . Ak označíme vrhnutý tieň bodu T ako T' , tak jeho konštrukcia je znázornená na obrázku.



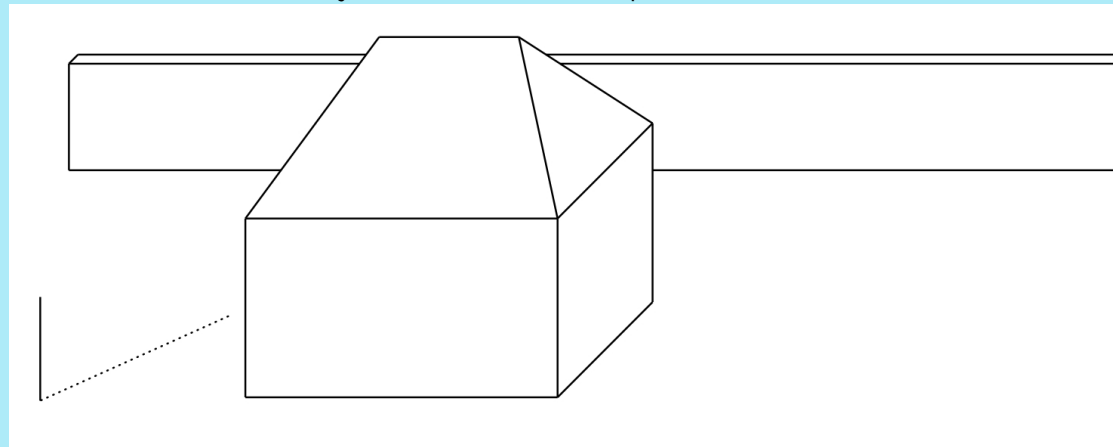
Obr. 1: Konštrukcia vrhnutého tieňa bodu T

Podobne zostrojíme vrhnuté tieňe F' , S' , H' bodov F , S a H . Hranicou vrhnutého tieňa domu je potom mnohoúholník $ABF'T'S'H'D$. Pri tieňovaní zohľadňujeme iba viditeľné časti vlastného a vrhnutého tieňa.



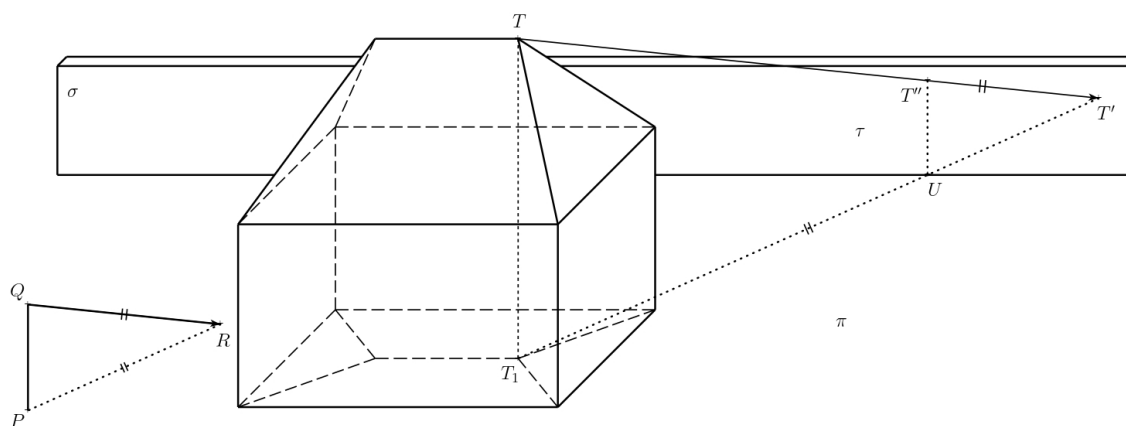
Obr. 2: Vrhnutý tieň a vlastný tieň domu

Úloha 2. Narysujte vrhnutý tieň domu, ak je za domom neprie-
hladná stena, ktorá je rovnobežná s prednou a zadnou stenou domu



Riešenie. Vlastný tieň domu, jeho hranica a vrhnuté tieňe bodov do roviny π , ktoré sú z nášho pohľadu umiestnené pred stenou, zostávajú nezmenené. Označme symbolom σ rovinu, v ktorej leží predná strana pridanej steny. Pre trojicu bodov T , S a H je potrebné zostrojiť ich vrhnuté tieňe do tejto roviny. Konštrukciu opíšeme opäť len pre bod T .

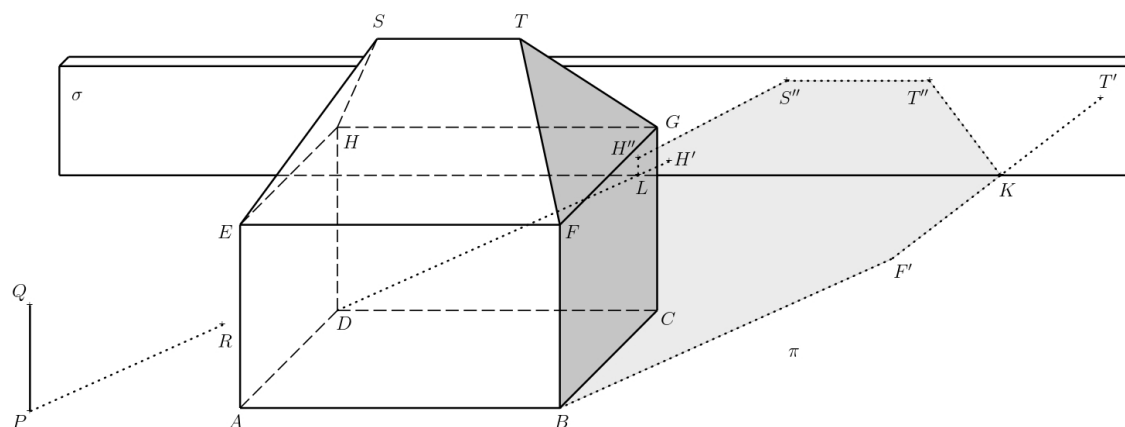
Zvážte body T_1 a T' z predchádzajúcej úlohy. Nech τ označuje rovinu TT_1T' , a ďalej označme bodom U priesečník priamky T_1T' a dolnej hrany steny (t. j. $\sigma \cap \pi$).



Obr. 3: Konštrukcia vrhnutého tieňa bodu so stenou

Týmto bodom musí prechádzať aj priesečnica rovín σ a τ , t. j. tieňom T_1T vrhnutým do roviny σ . Táto priesečnica musí byť navyše zvislá, pretože obe roviny τ a σ sú zvislé. Vrhnutý tieň bodu T do roviny σ (označme ho T'') potom leží na uvedenej priesečnici a priamke TT' .

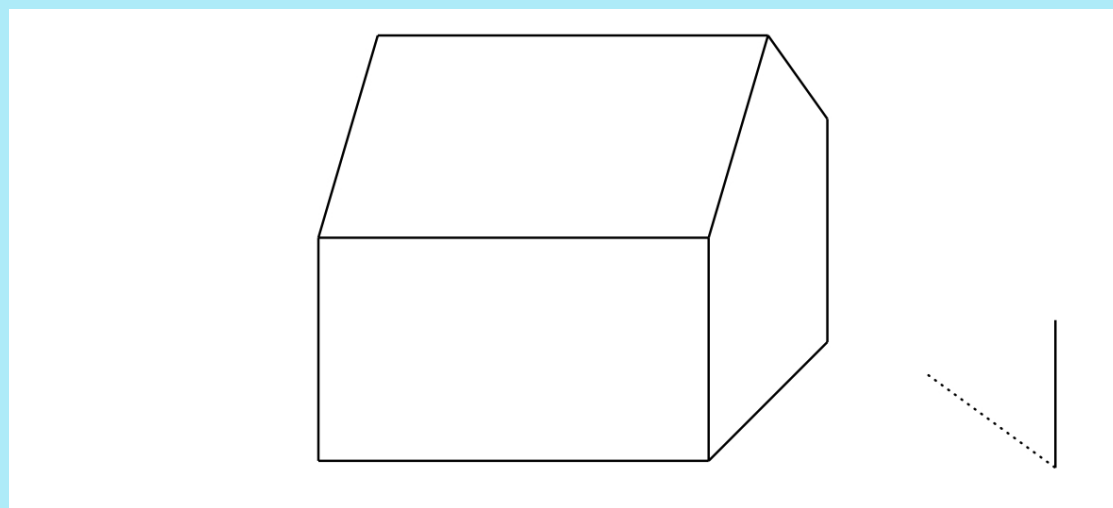
Podobne zostrojíme vrhnuté tieň S'' a H'' bodov S a H . Hranicou vlastného tieňa je potom uzavretá lomená čiara $ABF'KT''S''H''LDA$, kde bod K (resp. L) leží na priesečnici rovín σ a π a zároveň na úsečke $F'T'$ (resp. DH'). Tieňujeme iba viditeľné časti vlastného a vrhnutého tieňa, nebudeme tieňovať časti tieňa zakryté domom.



Obr. 4: Vrhnutý a vlastný tieň celého domu so stenou

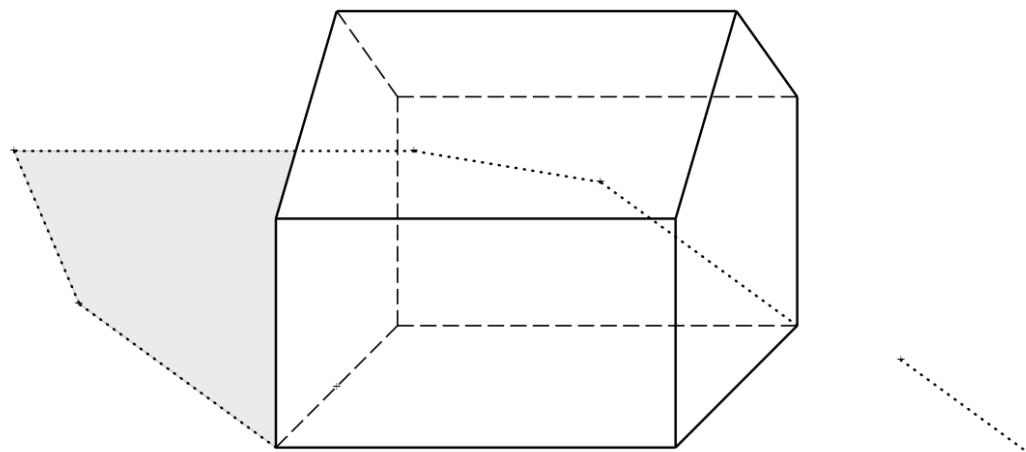
Poznámka. Pre lepšiu predstavu môže pomôcť aj interaktívny applet v GeoGebre. V applete je možné do určitej miery upraviť smer slnečných lúčov, pozri <https://www.geogebra.org/m/ecyqv4qg>

Úloha 3. Vyznačte na obrázku vlastný tieň domu a tieň domu vrhnutý na zem slnkom. (Vzdialenosť Slnka od povrchu Zeme je taká veľká, že môžeme považovať slnečné lúče za navzájom rovnobežné.)



Obr. 5: Model domu so zadánym osvetlením.

Riešenie.



Obr. 6: Vrhnutý tieň a vlastný tieň domu

Literatúra

1. Pomykalová E. *Deskriptivní geometrie pro střední školy*. Prometheus. 2010. 106—107.