

Stín domu

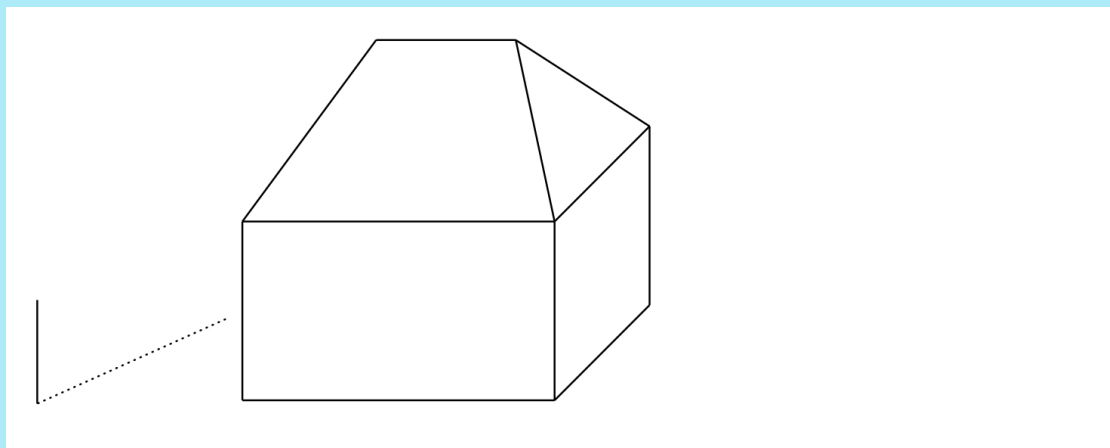
Keywords: geometrie v prostoru, kabinetní axonometrie, osvětlení

Martin si chce rozvrhnout místo na plátně, aby mohl nakreslit dům za slunečného dne. Znázornil si proto ve volném rovnoběžném promítání jednoduchý model domu, který stojí na vodorovném pozemku, tvořený kvádrem s jednoduchou valbovou střechou. *Valbová střecha* je střecha domu tvořená dvěma rovnoramennými trojúhelníky a dvěma rovnoramennými lichoběžníky. Všechny čtyři střešní roviny mají stejný spád. Na plátně dále vedle domku umístil svislou tyč a její stín (viz obrázek).

Pro popis řešení budeme potřebovat následující pojmy:

- *Vlastní stín* objektu je neosvětlená část povrchu objektu. Uzavřená čára na povrchu objektu, která odděluje osvětlenou a neosvětlenou část, se nazývá *hranice vlastního stínu*.
- *Vržený stín* objektu je průmět objektu ve směru světelných paprsků do dané roviny. Platí, že *hranice vrženého stínu je vržený stín hranice stínu vlastního*

Úloha 1. Vyznačte v obrázku vlastní stín domu a stín vržený na zem Sluncem. Vzdálenost Slunce od povrchu Země je tak velká, že sluneční paprsky můžeme považovat za navzájem rovnoběžné.



Obrázek 1: Model domu se zadaným osvětlením

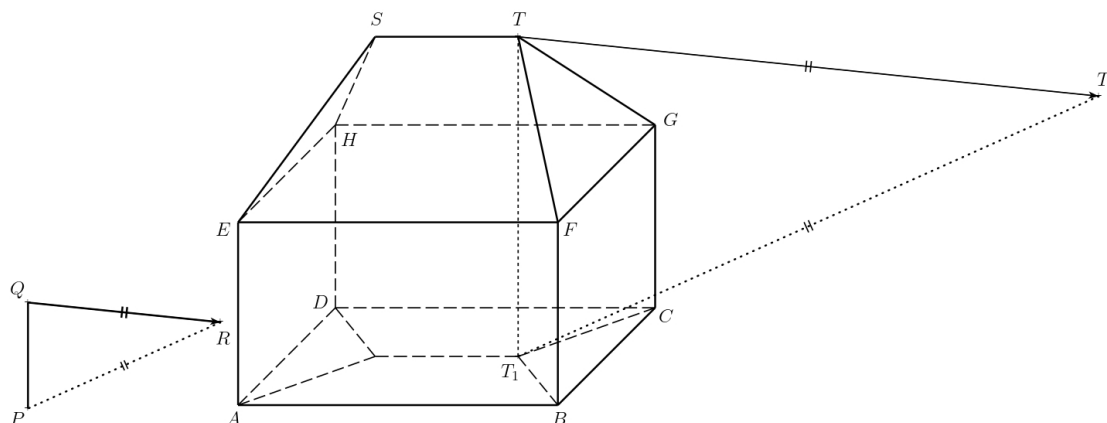
Řešení. Označme P patu tyče, Q její horní konec a R vržený stín bodu Q . Orientovaná úsečka QR tak určuje směr a orientaci světelných paprsků, přímka PR je pravoúhlý průmět přímky QR do roviny země. Tu budeme v dalším textu označovat π . Označme dále vrcholy kvádrů $ABCDEFGH$ a koncové body hřebene střechy označme S a T .

Osvětlenou částí domu jsou levá boční a přední stěna kvádrů a příslušné části střechy. Hranicí vlastního stínu je tak uzavřená lomená čára $ABFTSHDA$. K určení hranice vrženého stínu domu tak stačí sestavit vržené stíny vrcholů této lomené čáry. Z nich A , B a D již v rovině π leží a jsou tedy zároveň vlastními vrženými stíny. Stačí proto sestavit vržené stíny bodů F , T , S a H .

Vržený stín bodu T je průsečíkem světelného paprsku, který jím prochází, s kolmým průmětem tohoto paprsku do roviny π . Připomeňme, že směr světelných paprsků je určen přímkou QR a směr kolmého

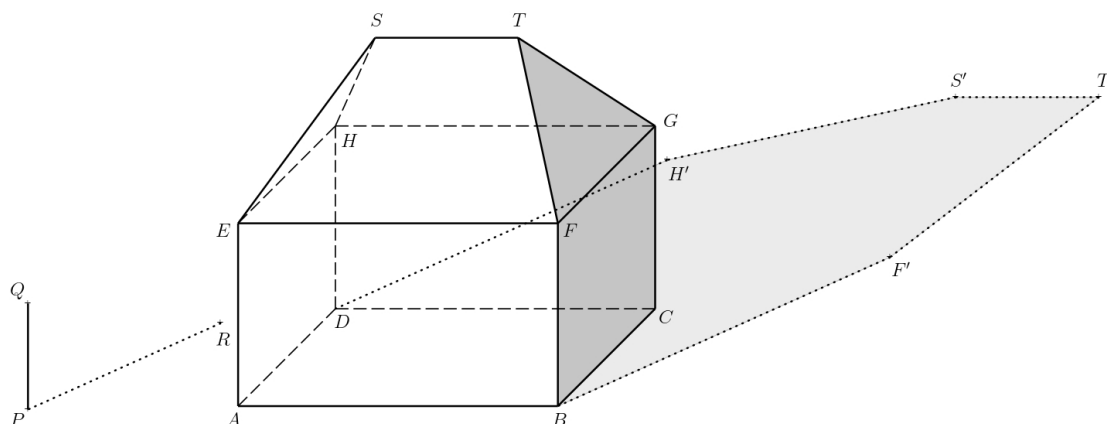
Results matter!

průmětu paprsků do roviny π je určen přímkou PR . Kolmý průmět paprsku dále prochází bodem T_1 , který je kolmým průmětem bodu T do roviny π . Označíme-li vržený stín bodu T jako T' , jeho konstrukci znázorňuje obrázek.



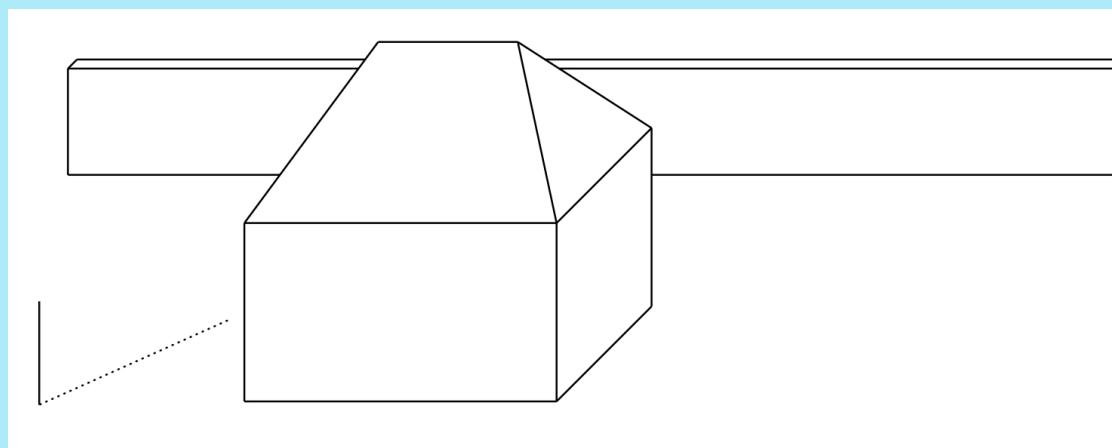
Obrázek 2: Sestrojení vrženého stínu bodu T

Obdobně sestrojíme i vržené stíny F' , S' , H' bodů F , S a H . Hranicí vrženého stínu domu je pak mnohoúhelník $ABF'T'S'H'D$. Při stínování dále zohledníme viditelné části vlastního i vrženého stínu.



Obrázek 3: Vržený a vlastní stín domu

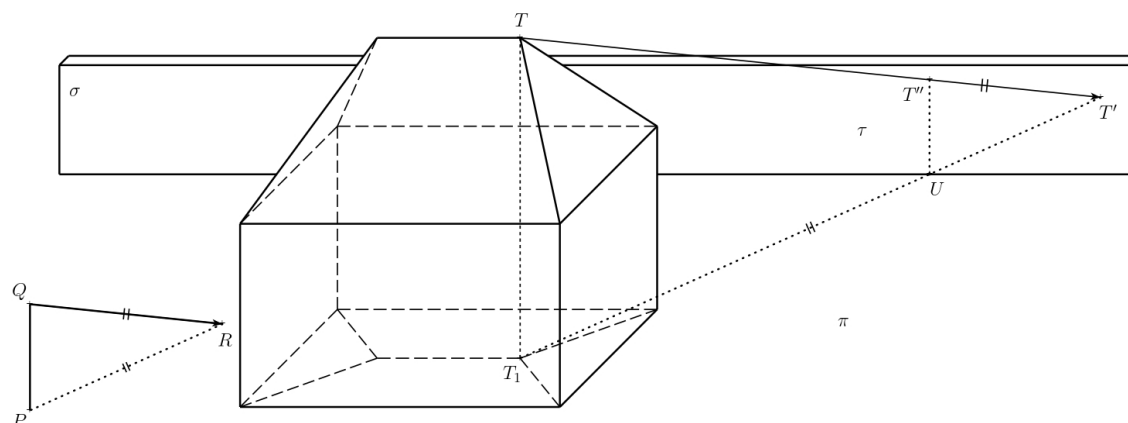
Úloha 2. Narýsujte vržený stín domu, je-li za domem přítomná neprůhledná zeď, která je rovnoběžná s přední a zadní stěnou domu.



Obrázek 4: Model domu se zdí a zadaným osvětlením

Řešení. Vlastní stín domu, jeho hranice a vržené stíny bodů do roviny π , které se nachází z našeho pohledu před zdí, zůstanou nezměněny. Označme σ rovinu, ve které leží přední stěna přidané zdi. Pro trojici bodů T , S a H je třeba sestavit jejich vržené stíny do této roviny. Blíže popíšeme konstrukci opět jen pro bod T .

Uvažme body T_1 a T' z minulé úlohy. Označme τ rovinu TT_1T' a dále označme U průsečík přímky T_1T' a spodní hrany zdi (tj. $\sigma \cap \pi$).

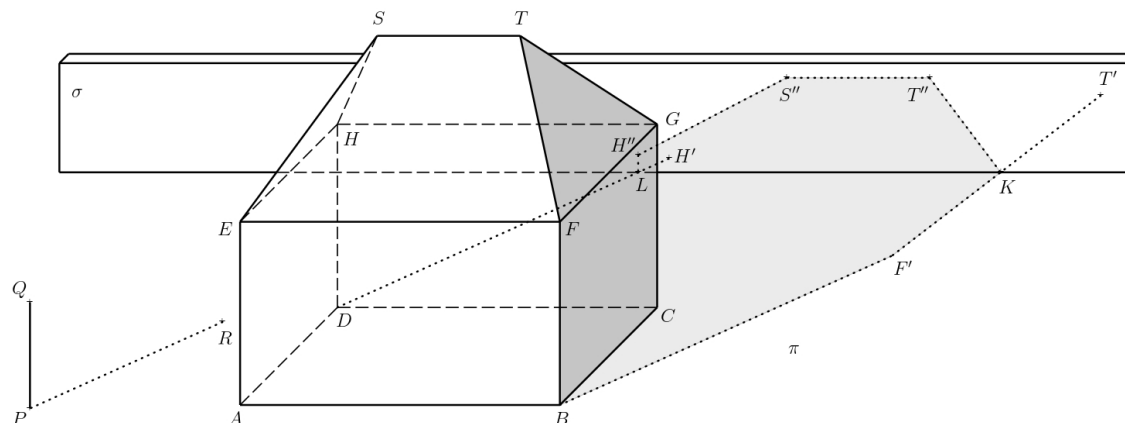


Obrázek 5: Sestrojení vrženého stínu bodu se zdí

Tímto bodem musí procházet i průsečnice rovin σ a τ , tj. stín T_1T vržený do roviny σ . Tato průsečnice navíc musí být svislá, protože τ i σ jsou svislé. Vržený stín bodu T do roviny σ (označme jej T'') pak leží na řečené průsečnici a přímce TT' .

Results matter!

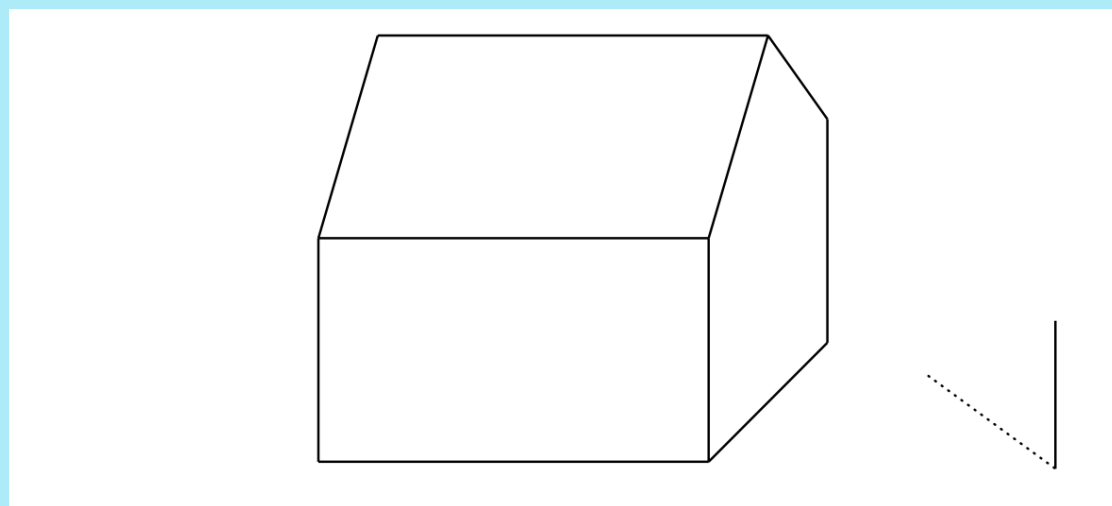
Podobně sestojíme i vržené stíny S'' , H'' bodů S a H . Hranicí vlastního stínu je pak uzavřená lomená čára $ABF'KT''S''H''LDA$, kde K (resp. L) leží na průsečnici rovin σ a π a dále leží na úsečce $F'T'$ (resp. DH'). Stínujeme pouze viditelné části vlastního i vrženého stínu, části stínu zakryté domem nestínujeme.



Obrázek 6: Vržený a vlastní stín celého domu se zdí

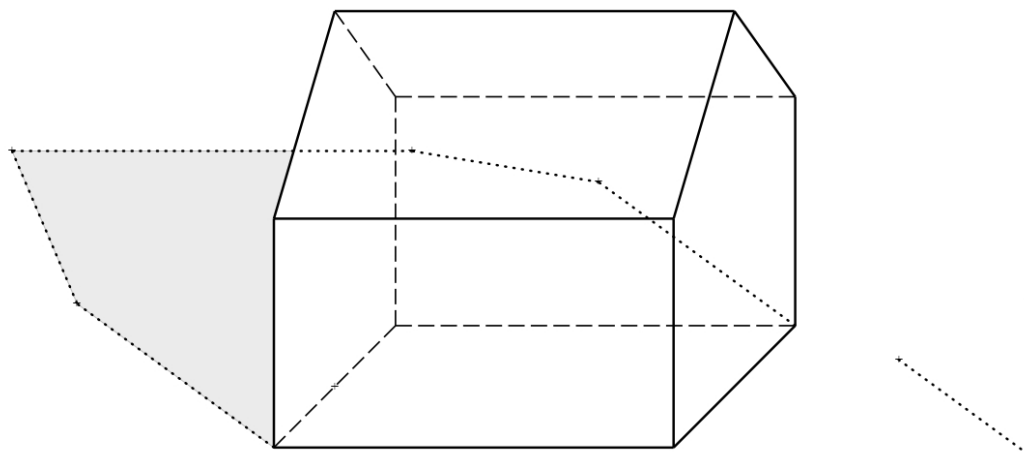
Poznámka. Pro lepší představu může pomoci také interaktivní applet v GeoGebře, kde je možné směr slunečních paprsků omezeně měnit, viz <https://www.geogebra.org/m/ecyqv4qg>

Úloha 3. Vyznačte v obrázku vlastní stín domu a stín vržený na zem Sluncem. Vzdálenost Slunce od povrchu Země je tak velká, že sluneční paprsky můžeme považovat za navzájem rovnoběžné.



Obrázek 7: Model domu se zadaným osvětlením

Řešení.



Obrázek 8: Vržený a vlastní stín domu

Literatura

1. Pomykalová E. *Deskriptivní geometrie pro střední školy*. Prometheus. 2010. 106—107.