

Strzał piłką golfową

Keywords: rachunek różniczkowy i całkowy, optymalizacja, równanie kwadratowe, wyprowadzenie

Skośny ruch pocisku

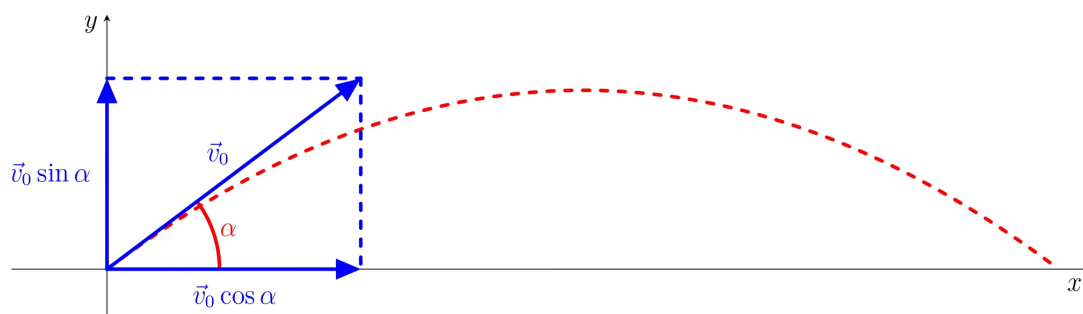
Ruch pocisku jest najbardziej ogólnym sposobem wprawiania w ruch obiektu znajdującego się w jednorodnym polu grawitacyjnym. Załóżmy, że ciało (masa punktowa) jest wyrzucane ukośnie w przestrzeń bez oporu. Prędkość początkowa wynosi $\vec{v}_0$, a kąt pomiędzy wektorem $\vec{v}_0$ i kierunkiem poziomym wynosi α . Wprowadźmy kartezjański układ współrzędnych z poziomą osią x i pionową osią y , jak pokazano na rysunku. Współrzędne wektora prędkości początkowej są następujące

$$\vec{v}_0 = (v_0 \cos \alpha, v_0 \sin \alpha).$$

Ruch ciała jest regulowany przez przyspieszenie grawitacyjne g skierowane pionowo w dół. Pozioma składowa przyspieszenia grawitacyjnego wynosi zero, dlatego ruch w kierunku poziomym pozostaje bez wpływu pola grawitacyjnego. Pionowa składowa ruchu jest pod wpływem ujemnego przyspieszenia $-g$. Stąd jest to ruch ze stałym (równomiernym) opóźnieniem i prędkością początkową $v_0 \sin \alpha$.

Możemy użyć wzorów na odległość ruchu ze stałą prędkością i stałym przyspieszeniu do ilościowego określenia współrzędnych punktu masy. W ten sposób otrzymujemy

$$\begin{aligned} x(t) &= v_0 t \cos \alpha, \\ y(t) &= v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2} g t^2. \end{aligned} \quad (1)$$



Rysunek 1: Nachylona ściółka

Ruch piłki golfowej

Golfista uderza piłkę z prędkością początkową v_0 . Kąt między prędkością początkową a płaszczyzną poziomą wynosi α . Załóżmy, że siła oporu jest pomijalna. Ruch kuli spełnia warunki ruchu pocisku wystrzelonego pod kątem w środowisku bez oporu powietrza.

Ćwiczenie 1. Udowodnij, że trajektoria piłki golfowej podąża ścieżką paraboliczną.

Ćwiczenie 2. Oblicz wysokość rzutu, tj. maksymalną wysokość piłki golfowej. wysokość y_{max} jaką osiągnie wystrzelona kula.

Ćwiczenie 3. Biorąc pod uwagę stałą prędkość początkową, znajdź kąt α który gwarantuje maksymalną odległość między punktem początkowym a punktem końcowym trajektorii.

Literatura

1. Kubera, Miroslav; Nečas, Tomáš; Beneš, Vojtěch. *Podręcznik online fizyka dla szkół średnich - Linie* [online]. Dostępne pod adresem <https://e-manuel.cz/kapitoly/pouziti-pohybovych-zakonu/vyklad/vrhy/>. [cytowany 2023 września 27].
2. Moc, Ondřej; Eisenmann, Petr. *Pochyły szczyt z wieży*. [online]. Dostępne pod adresem https://mfi.upol.cz/files/26/2602/mfi_2602_129_137.pdf [cytowany 27.9.2023]