

# Nákup vozidiel pre taxislužbu

Keywords: funkcie, kvadratická funkcia, optimalizácia

Majiteľ pražskej taxislužby v Českej republike zvažuje, či má kúpiť ďalšie vozidlá a koľko ich kúpiť, aby maximalizoval svoj zisk. V súčasnosti má 3 áut, z ktorých každé mu prináša priemerný mesačný príjem 60 000 Kč. Na základe dlhoročných skúseností v tomto odvetví však očakáva, že s každým ďalším kúpeným autom sa priemerný príjem na jedno auto zníži o 5 000 Kč v dôsledku čiastočného presunu zákazníkov na nové auto. Musí tiež vziať do úvahy, že náklady na vodiča a auto predstavujú 40 000 Kč mesačne.

**Úloha 1.** Aký je v súčasnosti mesačný zisk majiteľa taxislužby?

*Riešenie.* Každé z troch áut prináša majiteľovi taxislužby čistý zisk (po odpočítaní nákladov) 20 000 Kč. Celkový súčasný čistý zisk z troch áut je teda 60 000 Kč.

**Úloha 2.** Určte funkciu, ktorá vyjadruje zisk majiteľa taxislužby v závislosti na počte novo zakúpených vozidiel. Aká je to funkcia a ako vyzerá jej graf?

*Riešenie.* Označme  $x$  počet nových vozidiel a  $y$  zisk majiteľa za jeden mesiac. Vieme, že čistý zisk jedného z troch existujúcich áut je 20 000 Kč. Od tejto sumy musíme odpočítať čiastku, ktorá predstavuje zníženie tržieb z jedného auta pri nákupe  $x$  áut. Celkovo teda jedno auto prinesie majiteľovi zisk vo výške  $20\,000 - 5\,000x$  Kč. Celkový zisk pri nákupe  $x$  áut získame vynásobením tohto výrazu novým počtom áut:

$$y = (20\,000 - 5\,000x)(x + 3)$$

Po vynásobení a úprave pravej strany vidíme, že funkcia

$$f: y = -5\,000x^2 + 5\,000x + 60\,000,$$

je kvadratická. Jej graf je konkávna parabola, pretože koeficient kvadratického člena je záporný.

**Úloha 3** Určte aký je maximálny možný zisk majiteľa. O koľko sa tento zisk líši od súčasného zisku? Koľko áut musí majiteľ kúpiť (prípadne predať)?

*Riešenie.* Našou úlohou je teraz určiť maximum funkcie  $f$ . To sa nachádza v bode, ktorý je aritmetickým priemerom reálnych koreňov kvadratického polynómu (za predpokladu, že existujú). Tieto korene teraz určíme:

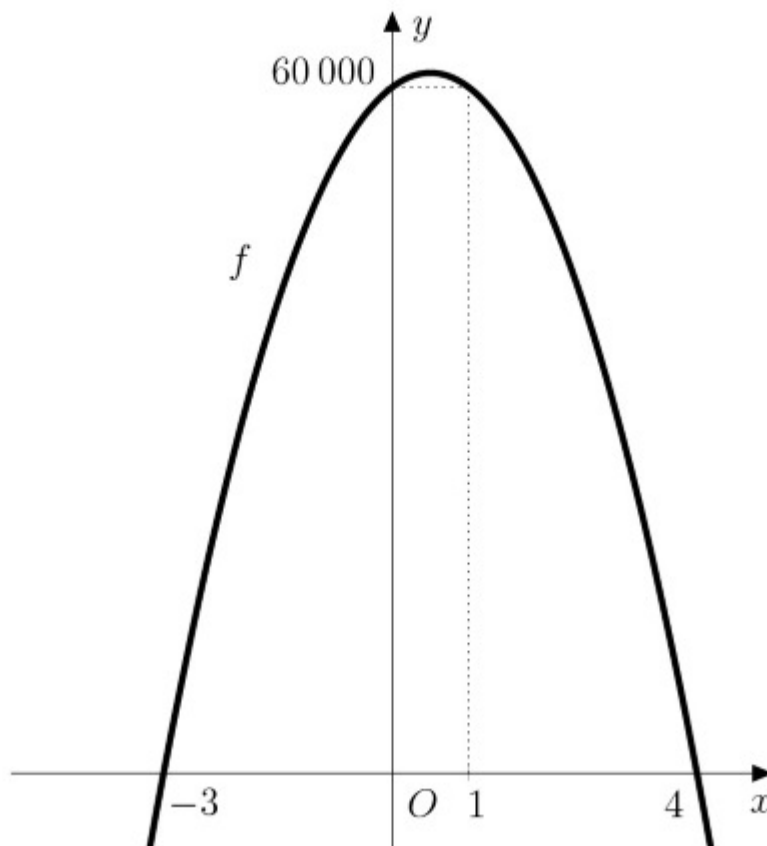
$$-5\,000x^2 + 5\,000x + 60\,000 = 0$$

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$(x - 4)(x + 3) = 0$$

Korene kvadratickej rovnice sú  $x_1 = 4$  a  $x_2 = -3$ , teda maximum funkcie  $f$  je v bode

$$x_{max} = \frac{-3 + 4}{2} = \frac{1}{2}.$$



Obr. 1: Graf funkcie

Toto maximum je však nedosiahnuteľné (nie je možné kúpiť polovicu auta). Najvyššia funkčná hodnota, ktorú má zmysel v tomto prípade uvažovať, sa nachádza v najbližších celočíselných bodoch, t. j.  $x = 0$  alebo  $x = 1$  (oba body dávajú rovnakú hodnotu vzhľadom na symetriu paraboly). To však znamená, že pre majiteľa nie je výhodné kupovať ďalšie autá, pretože jeho súčasný zisk je zároveň maximálnym možným ziskom.